

## Über die optische Orientierung durchsichtiger Kristalle\*.

Von H. SCHUMANN, Göttingen.

(Mitteilung aus dem Sedimentpetrographischen Institut der Universität.)

Mit 1 Textabbildung.

(Eingegangen am 27. August 1948.)

Bei physikalischen Untersuchungen von Kristallen Kristallfragmenten erweist es sich in allen Fällen, in denen die Absorption für sichtbares Licht eine geringe Rolle spielt, als bequem, von den optischen Wege festlegbaren Hauptrichtungen Gitters auszugehen. Diese Methode versagt zwar bei allen Kristallen, deren Symmetrie einer der Klassen des kubischen Systems entspricht, und auch bei den beiden Stufen des triklinen Systems ist sie dann sinnvoll, wenn die Beziehungen des optischen Tensortripels (dargestellt für die Brechungsverhältnisse durch die FLETSCHERSche Indikatrix) zu anderen Größen des Raumgitters bekannt ist. Bei den Kristallen der übrigen 25 Symmetriestufen ist jedoch stets durch Ermittlung der optischen Vektoren ein Teil der kristallographischen Richtungen gelegt.

Praktisch lassen sich die optischen Hauptrichtungen mit Hilfe der konoskopischen Interferenzverfahren auffinden und genau einstellen.

Es gibt ein für diesen Zweck ausgezeichnet brauchbares Instrument, das leider völlig in Vergessenheit geraten ist. Die grundlegende Idee entwickelte bereits 1875 W. G. ADAMS in London [1], [2]. Er schuf dabei einerseits an die Achsenwinkelapparate, andererseits an die NÖRREMBERG'schen Polarisationsinstrumente an. Ausgeführt und dabei noch optisch verbessert wurde das Instrument unter geistiger Mitwirkung A. BREZINA's durch den Mechaniker E. SCHNEIDER in Wien, der auch 1879 eine genaue Schilderung davon in einer physikalischen Zeitschrift gab. Es wurde von einem Londoner Mechaniker nach Anweisung von ADAMS inzwischen gebaute Instrument [4] wesentlich unvollkommener als das von SCHNEIDER ausgeführte. Letzteres ist auch noch in anderen einschlägigen Schriften mehrfach ausführlich besprochen worden [5], [6], [7], [8], [9] und fand außerdem Erwähnung in den seinerzeit maßgebenden Lehrbüchern der Mineralogie bzw. der Kristallphysik von SCHUMANN-ZIRKEL, TSCHERMAK-BECKE und TH. LIEBISCH [10], [11], [12]. Praktisch angewandt wurde das Instrument beispielsweise bei den grundlegenden optischen Messungen, die M. SCHUSTER an den Gipskristallen durchführte ([13], S. 150, 156, 168 ...). Auf Veranlassung von LIEBISCH wurde 1882 das von SCHNEIDER konstruierte „Polariskop“ — wie damals solche Apparate allgemein genannt wurden — mit verschiedenen Verbesserungen auch von der Firma R. Fueß in Berlin gebaut [14]. Es dürfte in vielen mineralo-

gischen Instituten des In- und Auslandes vorhanden sein.

Der Grund, warum das Instrument trotz alledem in Vergessenheit geraten ist, ist wohl der, daß einerseits für Achsenwinkelmessungen Apparate entwickelt wurden, die noch genauere Bestimmungen ermöglichen, andererseits für optische Orientierungen die Ende des vorigen Jahrhunderts aufblühenden Drehtischmethoden für paralleles Licht die anderen Beobachtungsarten verdrängten. Dabei kann man jedoch auch das SCHNEIDER'sche Polariskop durchaus als einen „Drehtisch“ im Sinne der heutigen mineralogischen Mikroskopie bezeichnen, der sogar in mehrfacher Hinsicht vollkommener war als die anfänglich (1893) von V. FEDOROFF benutzten Apparate. Es besitzt nämlich in normaler Ausführung zwei vertikale und zwei horizontale sich unter 90° schneidende Drehachsen. (Nach heutiger Bezeichnungsweise:  $N$ ,  $M$ ,  $H$ ,  $K$  bzw.  $A_1$ ,  $A_5$ ,  $A_2$ ,  $A_4$ .) Die eine horizontale Achse erlaubt allerdings nur eine Drehung um 30°, die andere hingegen hat volle Umdrehungsmöglichkeit und ist mit einem Limbus verbunden, der noch Bogenminuten abzulesen gestattet.

Anläßlich von Absorptionsmessungen, die zur Untersuchung der Strahlungsfelder der  $Nd^{+++}$ -Ionen des Neodymsulfat-Oktahydrates im hiesigen physikalischen Institut von K. H. HELLWEGE [vgl. etwa 15] und Mitarbeitern durchgeführt wurden, habe ich auf Bitten von Herrn Kollegen HELLWEGE die optische Orientierung der Kristalle ausgeführt und dabei geprüft, inwieweit die für solche Messungen notwendigen optischen Angaben auf raschere Weise zu erhalten seien, als auf dem mühseligen Wege der Herstellung genau orientierter Schliffstücke. Es zeigte sich, daß man auch mit Hilfe des obengenannten Polariskops und der heute üblichen Drehkompensatoren zu Ergebnissen gelangt, die für viele physikalische Zwecke ausreichend sein dürften. Da das Verfahren solcher Messungen, speziell dasjenige der Lagebestimmung der optischen Bivektoren in der allgemeineren neueren Literatur nirgends ausführlicher beschrieben ist, sich jedoch sicherlich bei verschiedenen physikalischen Untersuchungen als nützlich erweist, soll es am Beispiel des  $Nd_2(SO_4)_3 \cdot 8 H_2O$  (monoklin prismatisch,  $C_{2h}$ ), über das sehr genaue optische Daten vorliegen [16], [17], [18], dargestellt werden.

Es ist stets am einfachsten, wenn man zunächst von Flächen ausgeht, die am Kristall durch Größe oder Spaltfähigkeit ausgezeichnet sind. Das Neodymsulfat liefert kurzsäulige prismatische Kristalle und ist nach den Endflächen dieser Prismen (001) ausgezeichnet spaltbar. Solche Spaltstücke (s. Abb. 1)

\* Die Arbeit wurde am 3.5.44 bei der Zeitschrift für Mineralogische Instrumentenkunde eingereicht, konnte aber dort nicht mehr erscheinen.



Polariskop auch vielfach genannt wurde — untersucht hat, ohne indessen nähere Daten zu geben.

Prinzipiell lassen sich alle hier beschriebenen Einstellungen auch mit einem der modernen mineralogischen *Drehtische* durchführen, wenn man in diesen den konoskopischen Strahlengang einschaltet [22], [23]. Zwar erreicht man mit diesen Instrumenten keine so hohe Einstellgenauigkeit wie mit dem SCHNEIDERSchen Polariskop, weil die Interferenzbilder sehr viel kleiner sind und auch die Teilkreise einen sehr viel geringeren Durchmesser besitzen. Der Winkel  $2V\gamma$  wurde am Neodymsulfat mit  $84,5^\circ$  für Natriumlicht bestimmt. Die Symmetrieverhältnisse der Achsendispersion sind hier nur zu erkennen, wenn sie extrem stark sind. In unserem Beispiel kann nur das Verhältnis  $\rho:v$  erkannt werden. Der oben erwähnte kleine Winkel zwischen Mittellinie und Flächennormale konnte im Drehtisch nicht nachgewiesen werden. Andererseits hat der Drehtisch den Vorteil, daß man mit ihm Kristallplättchen vermessen kann, die nur Bruchteile von Quadratmillimetern ausgedehnt und einige hundertstel Millimeter dick sind (Plättchen, die man im Polariskop beobachten will, müssen mehrere Quadratmillimeter groß und einige zehntel Millimeter dick sein), und daß man bei ihm viel größere Drehbereiche zur Verfügung hat. Er ist daher zum ersten Aufsuchen der optischen Hauptrichtungen noch geeigneter. Außerdem ist auch seine Handhabung bequemer.

Bei der Neukonstruktion eines Apparates mit der Optik der Polariskope wären folgende Punkte zu berücksichtigen: 1. Die inneren Segmente sollten wie bei den Drehtischen austauschbar und gegeneinander etwas verstellbar gebaut werden. 2. Sie sollten von außen zugänglich sein, d. h. die Tubuswand müßte an dieser Stelle unterbrochen werden. 3. Die Drehung um N muß auf einem Limbus ablesbar gestaltet werden. 4. Die Drehung um H muß einen viel größeren Spielraum erhalten. 5. Über dem oberen Nikol, der am besten in den Tubus einzubauen wäre, sollte eine Vorschlaglupe für direkte Beobachtung des Objektes angebracht werden. So ausgestattet würde das Polariskop zweifellos eine Apparatur darstellen, die einerseits eine sehr rasche Orientierung über die Lage der optischen Hauptrichtungen durchsichtiger doppelbrechender Substanzen als auch eine sehr genaue Messung von deren gegenseitigen Winkelbeziehungen ermöglichen würde.

#### Zusammenfassung.

Bei physikalischen Messungen an durchsichtigen doppelbrechenden Substanzen erweist es sich in vielen Fällen als zweckmäßig, von den optischen Hauptrichtungen auszugehen, weil mit deren Kenntnis stets einige Symmetrieelemente gegeben sind. Ein Apparat zur raschen Auffindung solcher Hauptrichtungen ist das ADAMSSche bzw. SCHNEIDERSche Polariskop. Es wird am Beispiel des Neodymsulfat-Oktohydrates das Prinzip der Auffindung der Hauptrichtungen und die Art der Winkelmessung (Achsenwinkel, Winkel Flächennormale-Bisektrix) entwickelt. Ferner wird kurz gezeigt, daß sowohl diese Messungen als auch eine einfache Messung der 3 Hauptbrechungsquotienten

(mit Hilfe eines Refraktometers und eines Mikroskops kompensators) an einem Spaltblättchen durchgeführt werden kann. Die an Neodymsulfat gewonnenen optischen Daten werden mitgeteilt. An Stelle des Polariskops kann auch ein auf konoskopischen Strahlengang umgestellter neuzeitlicher Mikroskopdrehtisch verwendet werden. Mit einem solchen Instrument können noch sehr kleine Splitter untersucht werden, es entstehen dabei aber andererseits viel kleiner und daher weniger auswertbare Interferenzbilder. Es wird vorgeschlagen, die Polariskope in Anlehnung an die Mechanik der Drehtische zu verbessern.

*Nachtrag.* Während der Drucklegung dieser Arbeit erhielt ich Kenntnis von dem Aufsatz von H. WALDMAN [Glashohlkugel für Kristall- und Edelsteinuntersuchungen und ihre Verwendung als Zusatzgerät zum Universaldrehtisch Schweiz. Min. Petr. Mitt. 27, 472 (1947)]. Der Verfasser beschreibt darin ein Gerät, das im Prinzip ein „Polariskop“ darstellt. Es besteht aus einer Glashohlkugel, in deren Mittelpunkt Kristalle von 5–11 mm Durchmesser auf einer Metallträger eingeführt werden können, umgeben von einer Immersionsflüssigkeit. Die Kugel selbst läßt sich durch Vermittlung von metallenen Spezialringen in jeder Lage eines der bekannten Drehtischmodelle der Firmen Leitz oder Bausch und Lomb einsetzen. Gegenüber dem Polariskop hat die Verwendung der WALDMANNSchen Hohlkugel drei besondere Vorteile. 1. Die Drehmöglichkeiten sind sehr viel größer. 2. Die Halterung der Kristalle ist eine bessere und gestattet größere Kristalle aufzunehmen. 3. Es ist kein neues Inventarium nötig, weil man an die heute schon überall verbreiteten Drehtische anschließen kann, die mit Ausnahme des Vertikalkreises eine höhere Ablesegenauigkeit besitzen. Nur der konoskopische Winkelbereich und die absolute Größe des Gesichtsfeldes sind bei den Polariskopen bedeutend höher. Ich habe das WALDMANNSche Instrument noch nicht selbst in der Hand gehabt und kann daher kein Urteil über seine Verwendbarkeit abgeben, glaube aber, daß es manche der oben ausgesprochenen Wünsche für eine Neukonstruktion erfüllt.

In diesem Zusammenhang sei auch noch auf die Arbeit von W. PLATO [Bestimmung kristalloptischer Daten kristallinierter geschliffener Edelsteine. Z. f. wiss. Mikroskopie 57, 137 (1940/41)] verwiesen, der als unteres Segment eines in jedes mineralogische Mikroskop einzulegende Glashohlkugel als oberes Segment einen in Höhe leicht verstellbaren Glaszylinder verwendet. Diese Anordnung ist nur für die Praxis der Edelsteinbestimmung gedacht.

- Literatur.** [1] ADAMS, W. G.: Phil. Mag. (4) 50, 13 (1875). — [2] ADAMS, W. G.: Ann. d. Phys. u. Chem. 157, 297 (1876). — [3] SCHNEIDER, E.: Über einen neuen Polarisations- und Achsenwinkel-Apparat. In CARLS Repertorium der Experimentalphysik, Bd. XV, S. 119, 744 1879. — [4] ADAMS, W. G.: Phil. Mag. (5) 8, 275 (1879). — [5] BECKE, F.: Z. Kristallogr. Mineral. Petrogr. Abt. B 2, 430 (1880). — [6, 7] BREZINA, A.: Methode der Kristall-Bestimmung, S. 31. Wien 1884 u. Verh. geol. Reichsanst. 1880, 47. — [8] Referat: N. Jb. Min. 2, 5 (1880). — [9] LUEDECKE, H.: S.-B. naturforsch. Ges. Halle 1880, 62. — [10] NAUMANN-ZIRKEL: Elemente der Mineralogie, 14. Aufl., S. 233. Leipzig 1901. — [11] TSCHERMAK-BECKE: Lehrbuch der Mineralogie, 8. Aufl., S. 239. Wien u. Leipzig 1921. — [12] LIEBISCH, TH.: Physikalische Kristallographie, S. 425. Leipzig 1891. — [13] SCHUSTER, M.: Z. Kristallogr., Mineral. Petrogr. Abt. B 3, 117 (1880). — [14] LIEBISCH, TH.: N. Jb. Min. 1885 I, 175. — [15] HELLWEGE, K. H.: Z. Phys. 119, 325 (1942). — [16] DUFFET, M.: Bull. Soc. franç. Miner. 24, 373 (1901). — [17] GROTH, P.: Chemische Kristallographie, Bd. II, S. 456. — [18] KRAUS, E. H.: Z. Kristallogr. 34, 397 (1901). — [19] SCHWIEBING, FR.: Z. Kristallogr. 75, 449 (1930); 76, 87 (1931). — [20] BEGER, P. J.: Z. angew. Mineral. 6, 240 (1942/43). — [21] EHRLINGHAUS, A.: Z. Kristallogr. 102, 85 (1939). — [22, 23] SCHUMANN, H.: Fortschr. Mineral., Kristallogr. Petrogr. 21, 102 (1937); 25, 217 (1941).

Prof. Dr. H. SCHUMANN, (20b) Göttingen, Lotzestr. 12.



## Breitbanddruckmeßgeräte für die Klopforschung.

Von WERNER GOHLKE, Braunschweig.

Mit 29 Textabbildungen.

(Eingegangen am 24. September 1948.)

## 1 Übersicht.

Die Messung des Druckverlaufes im klopfenden Motor ist für die Motorenforschung von großer Bedeutung und daher in zahlreichen Fällen versucht worden. Die schon vorliegenden, mit verschiedenen Verfahren durchgeführten Messungen sind unbedeutend, da die jeweils benutzten Meßeinrichtungen bei der Messung starker hochfrequenter Druckwechsel auftretenden Anforderungen nicht genügten. Von den elektrischen Druckmeßverfahren erscheint das piezoelektrische am aussichtsreichsten. Die bisher benutzten piezoelektrischen Druckmeßgeräte, insbesondere die den zu messenden Druck in elektrische Größen umformenden Druckgeber, waren aber, wie der Verfasser in früheren Arbeiten zeigen konnte, auch noch unzureichend.

In der vorliegenden Arbeit<sup>1</sup> werden die Anforderungen dargelegt, die an eine zur Klopfdruckmessung geeignete Druckmeßeinrichtung zu stellen sind. Nach diesen Gesichtspunkten werden neue Versuchseinrichtungen entwickelt, die erstmalig eine weitgehend wirklichkeitsgetreue Aufzeichnung des Druckverlaufes auch bei stärkstem Klopfen erlauben. In einer weiteren Arbeit sollen Ergebnisse besprochen werden, die mit Hilfe der hier beschriebenen Meßeinrichtungen gewonnen wurden.

## 2 Elektrische Druckmeßverfahren nach dem vorliegenden Stand.

## 2.1 Allgemeines.

Die meßtechnische Aufgabe besteht bei der Klopfdruckmessung darin, sehr steile Druckanstiege aufzuzeichnen. Nach Abb. 1a ändert sich z. B. zur Zeit  $t = 0$  die Druckkraft  $P(t)$  unstetig um den Betrag  $P_0$ . Es ist nun danach gefragt, wie das Meßgerät eingerichtet sein muß, um diesen Druckverlauf möglichst naturgetreu wiederzugeben. Bekanntlich kann ein Sprung als Summe unendlich vieler stationärer Sinusschwingungen aufgefaßt werden. Ausgehend von der Fourierreihe für die periodische Rechteckkurve mit der Amplitude 1

$$y(t) = \frac{4}{\pi} \left( \sin \omega_1 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_1 t + \dots \right) \quad (1)$$

erhält man nach einigen Umformungen für Abb. 1a

$$P(t) = P_0 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega \right). \quad (2)$$

<sup>1</sup> Die vorliegende Arbeit ist ein Teilauszug aus der Habilitationsschrift des Verfassers, die unter dem Titel „Druckmessung am klopfenden Motor“ von der Technischen Hochschule Braunschweig im Jahre 1943 angenommen und über die auf der 18. Sitzung des VDI-Ausschusses für Wärme-forschung (Bayreuth 1943) auszugsweise berichtet wurde. Der Verfasser möchte auch an dieser Stelle seinen seinerzeitigen Mitarbeitern, den Herren Ing. F. HEGENBART, Ing. H. HEINRICH, Ing. W. PAUL und Meister R. WACHS für die Unterstützung bei der Durchführung der Versuche danken. Herrn Prof. E. SCHMIDT, Braunschweig, dankt er dafür, daß es ihm ermöglicht wurde, die Arbeit auszuführen.

Es ergibt sich eine Summe unendlich vieler sinusförmiger Druckschwingungen mit allen Frequenzen von null bis unendlich. Sie haben die Amplituden

$$\frac{P_0}{\pi} \frac{d\omega}{\omega}, \quad (3)$$

deren Verteilung Abb. 1b zeigt [10].

Das konstante Glied der Kreisfrequenz null hat die Größe  $P_0/2$ . Diese Darstellung hat den Vorteil, daß man das unstetige Einsetzen des Druckes auf das Nebeneinanderbestehen andauernder sinusförmiger Druckänderungen und eines Gleichdruckanteils zurückführen kann.

Um von dieser Fourierzerlegung des Drucksprunges auf die entsprechende Anzeige des Druckmeßgerätes zu kommen, geht man davon aus, daß jede einzelne Druckschwingung

$$\frac{P_0}{\pi} \frac{d\omega}{\omega} \sin \omega t, \quad (4)$$

eine entsprechende Schwingung  $\mathfrak{X}_\omega$  des Meßgerätes zur Folge hat. Es handelt sich nunmehr um Dauerschwingungen, die sich überlagern, und man kann zur Beurteilung des Meßergebnisses die für den eingeschwungenen Zustand des als Meßgerät dienenden Schwingers geltenden Frequenzcharakteristiken heranziehen. Da zwischen jeder Einzelschwingungsamplitude  $\mathfrak{P}_\omega$  der Meßgröße und der durch sie hervorgerufenen Ausschlagsamplitude  $\mathfrak{X}_\omega$  des Meßgerätes eine lineare Abhängigkeit bestehen soll, ist

$$\mathfrak{X}_\omega = \mathfrak{U}' \mathfrak{P}_\omega = A' e^{-j\varphi} \mathfrak{P}_\omega, \quad (5)$$

worin

$$A' = \frac{|\mathfrak{X}_\omega|}{|\mathfrak{P}_\omega|} \quad \text{und} \quad \varphi = \angle \left( \frac{\mathfrak{X}_\omega}{\mathfrak{P}_\omega} \right) \quad (6)$$

ist. Kennt man die Abhängigkeit des Faktors  $\mathfrak{U}'$  von der Frequenz  $\omega$ , so kann man die Summierung der Teilausschläge ausführen und erhält so die Anzeige des Meßgerätes. Es ist zweckmäßig, den dimensionsbehafteten Faktor  $\mathfrak{U}'$  auf seinen Wert bei der Frequenz null zu beziehen. Man erhält dann mit

$$\mathfrak{U} = \frac{\mathfrak{U}'}{\mathfrak{U}_0} = \frac{A'}{A_0} e^{-j\varphi} = A e^{-j\varphi} \quad (7)$$

einen dimensionslosen Ausdruck, der als Übertragungsfaktor bezeichnet werden soll und im allgemeinen komplex ist. Mit Gl. (6) wird sein Betrag

$$A = \frac{X_\omega}{X_0} = \frac{X}{X_0}, \quad (7a)$$

wenn  $X_0$  die Ausschlagsamplitude des Systems bei  $\omega = 0$  und ungeänderter Kraftamplitude ist. Für ein einfaches Schwingungssystem, wie es Druck-

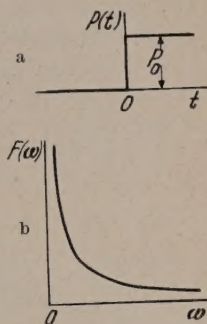


Abb. 1a u. b.  
a Drucksprung;  
b Amplitudenspektrum  
des Drucksprungs.



meßgeräte angenähert sind, Abb. 2, ist die Abhängigkeit

$$\mathfrak{A} = Ae^{-j\varphi} = \left(\frac{X_\omega}{X_0}\right) e^{-j\varphi} = f(\omega) \quad (8)$$

bekannt. Sie wird durch die in Abb. 3 dargestellten Resonanzkurven  $X/X_0$ ,  $\varphi = f(\omega)$ , die in diesem Zusammenhang als Frequenzcharakteristiken bezeichnet werden, dargestellt. Damit wird die Anzeige  $x$  des Druckmeßgerätes, wenn es durch einen Drucksprung nach Abb. 1a beaufschlagt wird, gleich der Summe der durch alle Teilschwingungen des Sprunges hervorgerufenen Teilausschläge des Meßgerätes:

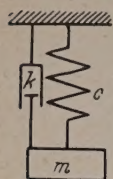


Abb. 2. Einfacher Schwingler mit Dämpfung.

$$x(t) = X_0 \left[ \frac{1}{2} A_0 + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{A(\omega)}{\omega} d\omega \sin(\omega t - \varphi) \right], \quad (9)$$

worin  $A_0 = 1$  den Wert von  $A$  für  $\omega = 0$  bedeutet.

Die Kenntnis des Übertragungsfaktors  $\mathfrak{A} = Ae^{-j\varphi}$  bzw. der ihn darstellenden Resonanzkurven oder Frequenzcharakteristiken  $X/X_0$ ,  $\varphi = f(\omega)$  vermittelt

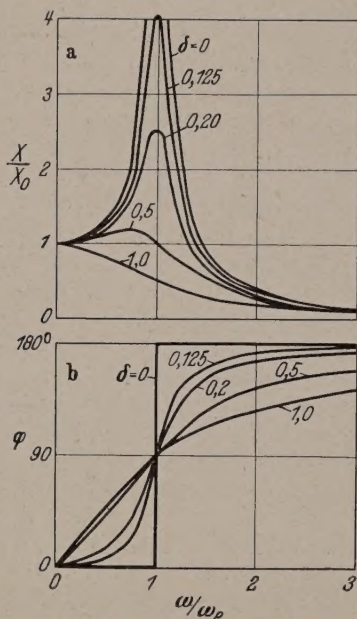


Abb. 3 a u. b. Frequenzcharakteristiken des einfachen gedämpften Schwingers.  $X/X_0$  Ausschlagsverhältnis;  $\varphi$  Phasenwinkel;  $\omega$  Kreisfrequenz.

so eine gute Vorstellung von der Güte der Wiedergabe. Um eine verzerrungsfreie Wiedergabe der Meßgröße bei allen Frequenzen zu ermöglichen, sollte die Größe  $A$  von der Frequenz unabhängig sein und der Winkel  $\varphi$  gleich null oder der Frequenz proportional sein:

$$\varphi = a \cdot \omega. \quad (10)$$

Wäre  $\varphi = 0$ , so würde die Wiedergabe in dem gleichen Zeitpunkt wie der Vorgang selbst erfolgen. Wäre  $\varphi = a\omega$ , so würde zwar der Zeitpunkt der Anzeige gegenüber der Wirklichkeit verschoben sein, aber die Anzeige würde phasengetreu sein, d. h. ohne Phasenverschiebung der einzelnen Teilschwingungen gegeneinander. Da sowohl  $\mathfrak{A}$  als auch  $\varphi$  nicht die gewünschten Eigenschaften haben, Abb. 3, ist die Wiedergabe der Meßgröße stets nur mit der durch die Eigenschaf-

ten des als Meßgerät benutzten Schwingungssystems bestimmten Annäherung möglich, die durch die Schwingerkonstanten bzw. durch die Resonanzkurven des Ausschlags nach Abb. 3 gegeben ist. Mit Rücksicht auf Amplituden- und Phasenverzerrung ergibt sich für ein Druckmeßgerät die Forderung nach möglichst hoher Eigenschwingungszahl, um einen möglichst weiten Frequenzbereich der Meßgröße unverzerrt wiederzugeben. Günstig ist ferner eine passende Dämpfung, die besonders die Störungen durch Einschwingvorgänge vermindert.

Um die Schwingungseigenschaften eines vorliegenden Druckmeßgerätes eindeutig zu ermitteln, kann man seine Frequenzcharakteristiken durch Versuch bestimmen. Das ist besonders deshalb angenehm, weil man die Messungen hierzu im eingeschwingenen Zustand vornehmen kann und auf die Einschwingvorgänge keine Rücksicht zu nehmen braucht. Trotzdem erhält man aus den Frequenzcharakteristiken Aussagen über die Einschwingvorgänge, wie man aus dem Beispiel des unstetigen Drucksprunges erkennt.

Aus den angestellten Überlegungen ergibt sich, daß die formgetreue Wiedergabe einer wirklichen Unstetigkeit durch einen Schwingler nicht möglich ist. Da aber die meisten in der Technik vorkommenden „Unstetigkeiten“ bei genügend weitgehender Zeitauflösung durchaus keine senkrechte Stirn aufweisen, kann man mit entsprechend bemessenen Schwingern praktisch alle technisch wichtigen Vorgänge verfolgen.

Bei der elektrischen Druckmessung besteht die Möglichkeit, durch geeignete Bemessung der einzelnen Glieder der Meßeinrichtung die Ausschlagscharakteristiken  $X = X(\omega)$  der Einzelsysteme so aufeinander abzustimmen, das sie sich bis zu einem gewissen Umfang ausgleichen. Es ist jedoch im allgemeinen nicht möglich, auch die Phasenverschiebung  $\varphi$  gleichzeitig zu kompensieren. Da sich die Frequenzcharakteristik des rein elektrischen Teils der Meßeinrichtung bei genügend großem Aufwand praktisch immer zweckentsprechend ausbilden läßt, ist es im wesentlichen der mechanisch-elektrische Umformer, der die Grenzen der Wiedergabe bestimmt. Bei der Auswahl des Meßverfahrens schneidet demnach dasjenige am besten ab, das den Bau möglichst hoch abgestimmter Umformer (Geber) ermöglicht. Da Druckänderungen aufgezeichnet werden sollen, die sich in etwa  $10^{-5}$  sec abspielen, sollte das Meßgerät Eigenschwingungszahlen von über 100 kHz aufweisen.

Neben möglichst hoher Eigenschwingungszahl und entsprechendem Meßbereich muß der Geber aber auch eine weitgehende Unempfindlichkeit gegen eine Anzahl von Störeinflüssen besitzen. Diese Störeinflüsse sind vor allem Erschütterungen, Hitze, Feuchtigkeit. Außer Fehlern im Meßergebnis rufen die Erschütterungen durch einen klopfenden Motor unter Umständen erhebliche mechanische Beanspruchungen hervor. Die hohen Wandtemperaturen des Verbrennungsraumes müssen vom Meßsystem gegebenenfalls durch Wasserkühlung ferngehalten werden, ohne daß es jedoch bei Vermeidung von Indizierkanälen möglich ist, das Meßsystem allzuweit von der Wand des Verbrennungsraumes entfernt anzuordnen. Schließlich sind viele Meßsysteme gegen Feuchtigkeit empfindlich, so daß auch hiergegen Schutzmaßnahmen erforderlich werden.



Die elektrischen Druckmeßverfahren benutzen im wesentlichen zur Umformung des Druckes in elektrische Größen

1. druckabhängige Widerstände,
2. druckabhängige Kapazitäten,
3. druckabhängige Induktivitäten,
4. magneto-elastische Effekte,
5. photoelektrische Effekte,
6. piezoelektrische Effekte.

urteilt man diese Verfahren nach ihrer Eignung zur Umformung hochfrequenter Druckwechsel, so stellt man fest, daß 2., 3. und 5. verhältnismäßig größere Federwege benötigen als 1., 4. und 6. Bei den drei erstgenannten dient im allgemeinen eine Plattenfeder dazu, die Druckabhängigkeit überhaupt nicht hervorgerufen. Da Durchmesser und Dicke einer derartigen Plattenfeder wegen der Forderung, die Druckmessung an Indizierbohrungen kleinen Durchmessers vorzunehmen, nicht beliebig gewählt werden können, ist die Eigenfrequenz derartiger Feder begrenzt. Besonders nachteilig ist auch die Temperaturabhängigkeit von Plattenfedern, wobei die Anordnung einer wirksamen Kühlung praktisch unmöglich ist.

Das einfachste Verfahren ist wohl die Anwendung druckabhängiger Widerstände in Form von Kohlelättchen. Besonders vorteilhaft erscheint dabei auch der Umstand, daß Verstärker vermieden werden könnten. Allein haben andere Nachteile wie Nullpunktswanderung, Hysterese, geringe Festigkeit der Kohlekörper u. a. die Verbreitung dieses Verfahrens erschwert.

Das magnetoelastische Verfahren scheidet bei hochfrequenten Messungen wegen der Frequenzabhängigkeit der Anzeige aus.

## 22 Piezoelektrische Druckmeßgeräte.

### 221 Druckgeber.

Damit bleibt als letztes das piezoelektrische Verfahren übrig, das sich trotz gewisser Nachteile bisher am meisten eingeführt hat, obwohl seine Handhabung nicht einfach ist. Es nutzt den bekannten piezoelektrischen Effekt aus, der darin besteht, daß an bestimmten Flächen gewisser Kristalle elektrische Ladungen entstehen, wenn die Kristalle in entsprechender Weise mechanisch beansprucht werden. Für den vorliegenden Fall der Druckmessung im Zylinder eines klopfenden Motors kommen wegen der notwendigen mechanischen Festigkeit nur Quarzkristalle in Frage, deren Druckfestigkeit besonders groß ist (etwa 1000—1500 kg/cm<sup>2</sup>). Die in dem Geber eingebauten Quarzkörper sind so aus dem gewachsenen Kristall herausgeschnitten, daß die je Kilogramm Belastung sich ergebende Ladung einen Höchstwert erreicht, denn die den piezoelektrischen Effekt beschreibende piezoelektrische Zahl  $d$  ist von der Schnitttrichtung abhängig. Bei günstigster Schnitttrichtung hat sie den Wert

$$d = d_{11} = 6,36 \cdot 10^{-8} [\text{cm}^2 \text{g}^{-1} \text{s}] = 2,08 \cdot 10^{-11} [\text{As kg}^{-1}].$$

Mit den Kristallflächen, an denen diese Ladungen hervorgerufen werden, ist im allgemeinen eine Kapazität  $C$  verbunden, die sich aus derjenigen der Quarzkörper selbst und der der angeschlossenen Teile zu-

sammensetzt. Im allgemeinen werden mehrere mechanisch in Reihe und elektrisch parallelgeschaltete Quarzscheiben verwendet. Eine Kraft  $P$  ruft dann an  $n$  Quarzen die Ladung

$$Q = n \cdot d \cdot P \quad (11)$$

und die Spannung

$$U = \frac{n \cdot d \cdot P}{C} \quad (12)$$

hervor. Zwischen der Ladung und der Kraft besteht erfahrungsgemäß Proportionalität.

Seine besondere Eignung zum Aufbau von Meßsystemen für hochfrequente Vorgänge verdankt der Quarz seinem hohen Elastizitätsmodul, der in der für Quarzdruckgeber geeigneten Schnitttrichtung des Quarzkristalls mit  $E_Q = 0,8 \cdot 10^6 [\text{kg/cm}^2]$  fast die Hälfte desjenigen von Stahl erreicht. Die Eigenschwingungszahlen der Quarzkörper allein lassen sich daher außerordentlich hoch legen, z. B. beträgt die Dickenschwingung einer 1,5 mm dicken Quarzplatte etwa  $2 \cdot 10^6$  Hz, so daß sie bei weitem für Klopfdruckmessungen ausreichen würde. Leider können Quarzkörper nicht ohne eine Fassung im Motorzylinder verwendet werden. Diese Fassung hat sich als außerordentlich einflußreich auf die Schwingungseigenschaften des Gebers herausgestellt. Durch ungünstige Konstruktion der Fassung können sämtliche Vorzüge des piezoelektrischen Druckmeßverfahrens in Frage gestellt werden.

**2211 Festes Widerlager.** Druckgeber für Messungen an Verbrennungsmotoren mit Eigenschwingungszahlen von 100000 Hz und darüber waren bisher nicht bekannt. Es taucht damit die Frage auf, wie weit die bisher veröffentlichten Klopfdruckmessungen zuverlässig sind. Abgesehen vom Geber wurden wahrscheinlich vielfach weder geeignete Verstärker noch Oszillographen genügender Schreibgeschwindigkeit bei den bisherigen Untersuchungen benutzt. Die Schwierigkeit der Druckmessung tritt auch bei den neuesten Veröffentlichungen immer wieder in Erscheinung. WEINHART [17] hat die Druckmessung verlassen, um sich mit der Messung des Ionisationsstromanstieges zu begnügen. Der Vorteil dabei ist der, daß hierzu kein mechanisch-elektrischer Umformer und auch kein eigentlicher Verstärker notwendig ist, sondern der Elektronenstrahl-Oszillograph direkt von der Ionisationsstrecke angesteuert wird. Ja es ist sogar zu beobachten, daß SERRUYS [16] mit einem optischen Indikator offenbar bessere Ergebnisse erzielte als andere Forscher mit elektrischen Indikatoren, da letztere neben ungeeigneten Gebern wahrscheinlich weder geeignete Verstärker noch Oszillographen benutzten. Das erkennt man aus dem Vergleich der Diagramme von SERRUYS mit den hier folgenden, die mit ausreichenden Verstärkern und Oszillographen auf elektrischem Wege gewonnen wurden. Leider dürfte SERRUYS mit seiner Indikatorbauart bereits die Grenze des Möglichen erreicht haben, wogegen das piezoelektrische Verfahren noch eine Steigerung der Wiedergabetreue zuzulassen schien.

Zunächst sollen die erreichbaren Eigenschwingungszahlen von Quarzdruckgebern abgeschätzt werden, bei denen sich die Quarzsäule nach Abb. 4 gegen



ein festes Widerlager abstützt. Bei neuzeitlichen Gebern, Abb. 5, deren Weiterentwicklung unten eingehend beschrieben wird, werden 2 Quarze von etwa 6 mm Durchmesser und 3 mm Dicke verwendet, die eine zentrale Bohrung von 2 mm Durchmesser aufweisen. Preßt man eine derartige Säule genügend stark zusammen (etwa mit 100 kg), so kann man die durch ungenaue Auflage der Berührungsflächen entstehende zusätzliche Federung, die wir als Spaltfederung bezeichnen wollen, zunächst vernachlässigen und die Steifigkeit der Säule aus den Materialkonstanten des Quarzes berechnen. Diese ist etwa für das angeführte Beispiel

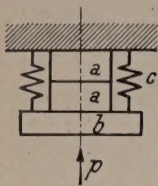


Abb. 4. Schema eines Quarzdruckgebers. *a* Quarz; *b* Druckübertragungsstück; *c* Federkörper, der eine mechanische Vorspannung erzeugt.

$$c = \frac{1}{2} c_Q = \frac{E_Q \cdot F_Q}{l_{2Q}} = 0,336 \cdot 10^6 \text{ [kg/cm]}, \quad (13)$$

wobei  $c_Q$  die Steifigkeit eines Quarzes und  $l_{2Q}$  die Höhe zweier Quarze ist. Beträgt die vor der Quarzsäule angeordnete Masse etwa  $m = 2,86 \cdot 10^{-6} \text{ kg sec}^2/\text{cm}$ , entsprechend 2,8 g Gewicht, so wird die Eigenschwingungszahl

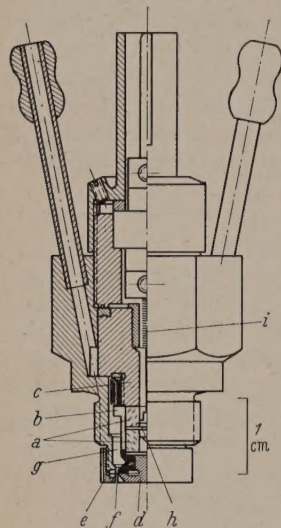


Abb. 5. Neuzeitlicher Quarzdruckgeber. *a* Quarzsäule; *b* Federhülse; *c* Widerlager; *d* Bodenschraube; *e* Bodenkappe; *f* Gasabdichtungsmembran; *g* Kühlwasserraum; *h* Abnahmeelektrode; *i* gewendelter Zuführungsdraht.

$$\left. \begin{aligned} f_0 &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}} \\ &= 54500 \text{ Hz.} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Dabei kann man die Eigenmasse des Quarzes in erster Näherung vernachlässigen. Durch die Spaltfederung wird  $f_0$  jedoch kleiner. Eigenschwingungszahlen von ähnlicher Größe wurden durch Aufnahme der Resonanzkurve von neuzeitlichen Quarzdruckgebern mit festem Widerlager auch versuchsmäßig gefunden, Abb. 6. Gelänge es, die Quarzfederung und die Abdeckmasse je

auf die Hälfte zu verkleinern, so würden sich Eigenschwingungszahlen von etwa 100000 Hz ergeben.

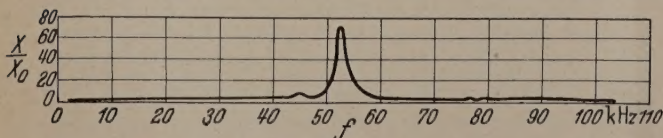


Abb. 6. Frequenzcharakteristik (Resonanzkurve) des Quarzdruckgebers nach Abb. 5.  $X/X_0$  Ausschlagsverhältnis.

Um Wechseldrucke hoher Schwingungszahlen ungestört auf den Geber wirken zu lassen, ist es unbedingt erforderlich, Indizierkanäle zu vermeiden [6]. Der Indizierkanal ist als schwingungsfähiges System aufzufassen, das einerseits durch seine Eigenschwingungen stört und andererseits als Filter wirkt. Besonders ausgeprägt zeigen sich diese Eigenschaften, wenn man zur „Beruhigung“ des Kanals diesen in

mehrere enge Kanäle aufteilt, wobei dann unmittelbar vor der druckaufnehmenden Fläche des Gebers ein HELMHOLTZscher Resonator entsteht, dessen Eigenschwingungszahl im allgemeinen etwa einige tausend Hertz beträgt, so daß die hohe Eigenschwingungszahl des mechanischen Systems nicht ausgenutzt werden kann. Es ist außerdem gerade bei klopfenden Motoren beobachtet worden, daß im Indizierkanal einerseits durch die pulsierende Gasbewegung in der Bohrung der Wärmeübergang vom Gas an die Wand der Bohrung gesteigert wird und andererseits wegen der in der Bohrung verbleibenden Gasreste dort höhere Temperaturen entstehen als im Zylinder. Beim Bau von Quarzdruckgebern muß man sich daher bemühen, möglichst glatte Geberböden zu erzielen, die mit der Zylinderwand des Motors abschließen.

**2212 Federnde Aufhängung.** Eine weitere Erhöhung der Eigenschwingungszahl des Gebers ist zu erwarten, wenn man das Widerlager nicht starr ausführt, sondern es durch eine zweite Masse bildet und die nunmehr vorhandenen beiden Massen an gleich starken Federn im Gehäuse aufhängt, Abb. 7. Ein derartiges System kann vorzugsweise in 2 Schwingungsarten schwingen. Bei der ersten Art mit der Eigenschwingungszahl  $f_1$  bewegen sich Massen und Quarze gegensinnig, bei der zweiten mit der Schwingungszahl  $f_2$  gleichsinnig [7]. Die Eigenschwingungszahl  $f_1$  der ersten Art kann sehr hoch liegen. Dies ergibt die Überlegung, daß der Schwingungsknoten in der Mitte der Quarzsäule zwischen den beiden Quarzen liegt. Man kann sich also an dieser Stelle eine unendlich große Masse angebracht denken, gegen die z. B. die untere Masse  $m_1$  über den unteren Quarz allein federt. Halbiert man ferner, wie schon bei der Ausführung mit festem Widerlager erwähnt wurde, Federung und Abdeckmasse, so ergibt sich unter Vernachlässigung der Spaltfederung die erreichbare Eigenschwingungszahl zu etwa

$$f_{1,0} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2c_Q}{m/2}} = 155000 \text{ Hz.} \quad (15)$$

Eigenschwingungszahlen ähnlicher Größe wurden, wie weiter unten gezeigt wird, an neu entwickelten Gebern durch Aufnahme ihrer Resonanzkurve festgestellt, Abb. 11. Wie FAHRENTHOLZ, KLUGE und LINCKH zeigten, können Geber nach Abb. 7 so eingerichtet werden, daß sie in Achsenrichtung erschütterungsunempfindlich sind [3]. Die störenden Massenkräfte sind dabei zunächst um so kleiner, je kleiner das Verhältnis  $f_2/f$  ist, wenn  $f$  die Druckwechselfrequenz ist. Macht man außerdem die Massen und Federungen des Systems nach Abb. 7 unter sich gleich, so heben sich die Massenkräfte, die im jeweiligen Schwerpunkt der Einzelmasse einschließlich der Quarzkörper angreifen, in ihrer Wirkung auf die Quarzsäule auf. Wirken z. B. in einem bestimmten Augenblick alle Massenkräfte nach unten, so weicht die untere Masse um denselben Betrag nach unten aus wie die obere, das heißt aber, daß die Quarzsäule nicht verformt wird und deshalb auch keine Ladungen erzeugt. Ähnliches gilt auch hinsichtlich der Massenkräfte der beiden Quarze selbst. Damit zeigt sich also, daß bei gleichen Federsteifigkeiten und Massen keine Erschütterungsanzeige erfolgt. Die



wierigkeit ist nun, die Federsteifigkeiten  $c_1$  und  $c_2$  die Massen genau genug abzugleichen sowie das System für die Verwendung am Motor brauchbar zu halten [7].

Ein wesentlicher Punkt ist dabei die Tatsache, daß Forderung gleicher Steifigkeiten  $c$  für beide Aufgefederungen, d. h. also  $c_1 = c_2$ , bei allen Belastungen erfüllt sein muß. Außerdem ist es zweckmäßig, für den Gebrauch am klopfenden Motor das System in Wasser zu kühlen. Günstig erscheint es deshalb, die Anordnung nach Abb. 8 zu treffen [7]. Hier werden die Quarze in einer Röhrenfeder, die die zur Vermeidung der Spaltfederung erforderliche hohe mechanische Vorspannung der Quarzsäule erzeugt. Die Aufhängung des Systems erfolgt über die beiden schichtartigen Plattenfedern  $F_1$  und  $F_2$ . Der Zwischenraum wird vom Kühlwasser durchflossen, das außer der Röhrenfeder auch die Aufhängefedern auf gleichbleibender Temperatur hält. Um die heißen Verengungsgase von der Unterseite der unteren Feder  $F_1$  fernzuhalten und die wirksame Größe der druckaufnehmenden Fläche des Systems vom Druck unabhängig zu machen, ordnet man am besten noch eine Gasabdichtungsmembran an, die nur kleine Risse auf das System zu übertragen vermag.

Wirkt auf das federnd aufgehängte System nach Abb. 8 eine konstante Druckkraft  $P$ , so wird sie je zur Hälfte von den Federn  $F_1$  und  $F_2$  aufgenommen. Das Quarzsystem, bestehend aus Quarzsäule und parallelgeschalteter Röhrenfelder, überträgt nur die Hälfte die obere Plattenfeder entfallende Hälfte und trägt daher den auf die Quarzsäule entfallenden Bruchteil  $n$  dieser Hälfte an. Der Geber ist deshalb höchstens nur halb so empfindlich wie ein gleichwertiger mit starrem Widerlager.

Ist die Druckkraft  $P$  zeitlich nicht konstant, sondern von der Form  $P = P_0 \sin \omega t$ , so durchläuft bei einer Änderung der Frequenz  $f$  der Kraft  $P$  der Ausschlag  $X$  des Systems aus der Ruhelage eine Resonanzkurve [7].

Es fragt sich nun, ob die Druckkraft  $P = P_0 \sin \omega t$  den ganzen Bereich dieser Resonanzkurve richtig wiedergegeben wird. Zur Beantwortung dieser Frage denken wir uns den Schwinger aufgeteilt in zwei gleichartige Schwingungssysteme, ein oberes und ein unteres, deren jedes aus einer Masse  $m_0/2$  und einer Federsteifigkeit  $c/2$  besteht. Jeder dieser neuen Schwinger hat dann dieselbe Eigenschwingungszahl wie der ursprüngliche, nämlich

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m_0}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_1}{m_0/2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_2}{m_0/2}}. \quad (16)$$

Werden beide Schwinger gleichphasig erregt, was ja auch durch die Druckkraft  $P$  tatsächlich geschieht, so schwingen sie völlig gleichartig, also auch gleichphasig, da sie voraussetzungsgemäß beide gleich beschaffen sind. Das Quarzsystem erleidet daher auch im Resonanzgebiet keine andere Deformation, als sie durch die erregende Kraft vom Betrage  $(n/2) P_0 \sin \omega t$  gegeben ist. Man erkennt, daß völlig unabhängig von den Betriebszuständen des Gesamtschwingers auf das Quarzsystem stets der gleiche Bruchteil der Antriebskraft wirkt und damit auch amplituden- und phasenrichtig aufgezeichnet wird.

Erst bei Frequenzen in der Nähe der Eigenschwingungszahl  $f_1$  ist der Ausschlag  $X$  des Systems nicht

mehr groß gegenüber der Quarzverformung, so daß dann Anzeigefehler zu erwarten sind. Bis auf das Resonanzgebiet  $f \approx f_1$  ist demnach die Anzeige unter unseren Voraussetzungen richtig, und die hohe Eigenschwingungszahl  $f_1$  ist dann die für die Frequenzcharakteristiken maßgebende. Die früher über derartige Systeme vertretene Ansicht, daß die noch wesentlich höhere Eigenschwingungszahl der nackten Quarze für das ganze System gilt, trifft allerdings nicht zu, wie auch die weiter unten wiedergegebenen Resonanzkurven federnd aufgehängter Systeme zeigen.

## 222 Verstärker und Oszillographen.

Da die von den Meßquarzen gelieferten Ladungen zur Aussteuerung eines Anzeigeorgans, in diesem Falle eines Oszillographen, nicht ausreichen, muß zwischen Geber und Oszillograph ein Verstärker geschaltet werden. Obgleich aus der Fernmeldetechnik

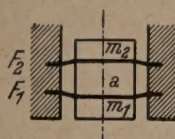


Abb. 7. Federnd aufgehängtes Quarzmeßsystem nach KLUGE, LINCKH und FAHRENTHOLZ [1], [9]. a Quarz;  $m_1, m_2$  gleich große Abdeckmassen;  $F_1, F_2$  gleich starke Aufhängeplattenfedern, die unter mechanischer Vorspannung stehen.

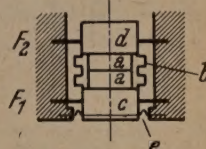


Abb. 8. Federnd aufgehängtes Quarzmeßsystem mit Federhülse und Gasabdichtungsmembran [7]. a Quarzsäule; b Federhülse; c, d Abdeckmassen; e Gasabdichtungsmembran;  $F_1, F_2$  Vorspannungsfreie Aufhängeplattenfedern gleicher Stärke.

Verstärker für sehr viele Verwendungszwecke bekannt sind, ist es doch nötig gewesen, neue Verstärker für das piezoelektrische Meßverfahren zu entwickeln.

Als Anzeigeorgane kommen für hochfrequente Messungen nur Kathodenstrahl-Oszillographen in Frage. Lediglich bei der Indizierung nichtklopfender Motoren hat die Verwendung von Schleifenoszillographen nach dem heutigen Stande Sinn. Dort bietet sie allerdings den außerordentlichen Vorteil, sechs und mehr Vorgänge gleichzeitig aufnehmen zu können.

Um die einzelnen Bestandteile der Druckmeßeinrichtung, Geber, Verstärker und Oszillograph, aufeinander abzustimmen, ist es zweckmäßig, vom Oszillographen auszugehen. Hier ist nur die elektrische Ablenkung wesentlich. Als Bildgröße ist mit Rücksicht auf die augenscheinliche Beobachtung ein Schrieb von etwa 50 mm Höhe erwünscht, obwohl es eigentlich nur auf das Verhältnis von Bildhöhe zu Strichstärke ankommt, weil man zu kleine Diagramme optisch weiter vergrößern könnte. Da man beim klopfenden Motor mit sehr schnellen Druckänderungen zu rechnen hat, muß die Schreibgeschwindigkeit des Oszillographen ausreichend hoch sein. Bei einem 50 mm hohen Schrieb einer Sinusschwingung von  $10^5$  Hz beträgt die höchste Geschwindigkeit des Lichtpunktes auf der Photoschicht etwa  $1,57 \cdot 10^4$  m/sec. Diese Schreibgeschwindigkeit sollte daher der Oszillograph mindestens besitzen. Es ist sicher zweckmäßig, sogar  $10^5$  m/sec vorzusehen. Derartige Kathodenstrahl-Oszillographen wurden früher nur als Kaltkathodenstrahl-Oszillographen hergestellt. Seit einigen Jahren gibt es auch abgeschmolzene Elektronenstrahlröhren ähnlicher und auch höherer Schreibgeschwindigkeit, die vor allem zur Beobachtung von



ultrakurzen Schwingungen und von Stoßwellen bei der elektrischen Stoßprüfung in der Starkstromtechnik dienen [13]. Die Ablenkempfindlichkeit derartiger Hochleistungsröhren ist etwa  $0,1 \text{ mm/V}$ , so daß zur Erzielung einer Diagrammhöhe von  $50 \text{ mm}$  etwa  $500 \text{ V}$  Ablenkspannung erforderlich sind. Da am Quarzdruckgeber und der parallelgeschalteten Eingangskapazität des Verstärkers höchstens mit einer Spannung von  $1 \text{ V}$  zu rechnen ist, muß die Verstärkung etwa 500fach sein. Elektronenstrahl-Oszillographen werden am besten mit erdsymmetrischer Spannung betrieben, weshalb der Verstärker eine Gegentaktstufe aufweisen sollte. Mit genügend großem Aufwand an Röhren, Stromquellen und sonstigen Schaltmitteln gelingt es, derartige hochwertige Spezialverstärker zu bauen, die die weitgehende Frequenzunabhängigkeit des Kathodenstrahl-Oszillographen auch auszunützen vermögen. Es hat allerdings den Anschein, daß bei manchen Forschungsarbeiten, bei denen das piezoelektrische Druckmeßverfahren benutzt wurde, unter anderem mit ungenügenden Verstärkern gearbeitet wurde. Auch verschiedene im Handel erhältliche Fabrikate sind

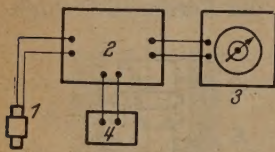


Abb. 9. Bestandteile einer Quarzdruckmeßeinrichtung.  
1 Druckgeber; 2 Verstärker;  
3 Oszillograph; 4 Stromquellen.

wohl zur Indizierung nichtklopfender Motoren geeignet, können aber bei Klopfuntersuchungen nicht befriedigen. Außerdem sollen alle anderen Eigenschaften eines guten Meßverstärkers auch vorhanden sein, wie z. B. lineare Eichkurve, zeitliche Konstanz, leichte Bedienbarkeit usw. Um eine statische Eichung zu ermöglichen, sind direkt gekoppelte Gleichstrom-Widerstandsverstärker vorzuziehen.

Da der Quarzdruckgeber Ladungen liefert, soll der Verstärker ein Ladungsmeßgerät sein, bei dem durch außerordentlich hohen Gitter-Isolationswiderstand eine für die statische Eichung ausreichende Ladungshaltung erreicht wird. In diesem Umstand liegen im wesentlichen die Schwächen des piezoelektrischen Meßverfahrens. Es genügt dabei nicht nur die hohe Gitterisolation der Eingangsröhre, sondern es müssen ja außerdem auch Geber und Verbindungskabel dauernd die gleiche hochwertige Isolation von etwa  $10^{13}$  bis  $10^{14} \Omega$  aufweisen. Nur bei sorgfältigster Handhabung gelingt es daher, eine einwandfreie Eichung mit statischer Belastung des Gebers durchzuführen. Mangelhafte Eingangs isolation kann sowohl bei der statischen Eichung als auch bei der Messung von Wechselfeldern zu erheblichen Fehlern führen [8].

Die Eingangselektrometerröhre arbeitet wegen der notwendigen Unterdrückung von Gitterströmen unter Bedingungen, die trotz Verwendung von Raumladegitterröhren keine nennenswerte Spannungsverstärkung in der Eingangsstufe zulassen. Im allgemeinen kann man sogar mit einer Spannungsheraufsetzung rechnen. Die Endstufe sollte wie gesagt als Gegentaktstufe ausgeführt werden, um die für Elektronenstrahlröhren günstige erdsymmetrische Ausgangsspannung zu erhalten. Die Verstärkung der Endstufe wird dadurch begrenzt, daß die Anodenwiderstände mit Rücksicht auf die Röhren- und Schaltkapazitäten und die gewünschte Frequenz-

charakteristik nicht beliebig groß gewählt werden können. Der Eingangsspannungsbedarf der Endstufe ist etwa  $5-10 \text{ V}$ . Rechnet man am Geber und der dazu parallel geschalteten Eingangskapazität mit  $1 \text{ V}$ , so ergibt sich wegen der fehlenden Verstärkung der Eingangsstufe die Notwendigkeit, eine Zwischenstufe anzuordnen. Der so entstehende dreistufige Gleichstromverstärker stellt bereits an die Konstanz der Betriebsspannungen sehr hohe Anforderungen. Es ist daher notwendig, die Betriebsspannungen bei Verwendung von Netzanschlußgeräten sorgfältig zu stabilisieren, was z. B. durch Glümspannungsteiler geschehen kann, die gegebenenfalls in Kaskadenschaltung angeordnet werden. Unter Umständen ist es auch zweckmäßig, Stromquellen mit sehr kleinem Innenwiderstand, z. B. Bleisammler oder röhren-regelte Netzgeräte, zu verwenden. Das ist besonders dann der Fall, wenn sich die Frequenzabhängigkeit der Stromquelleninnenwiderstände bemerkbar macht, was bei kleinen Anodenwiderständen durchaus eintreten kann.

Für die piezoelektrische Druckmeßeinrichtung zur Untersuchung der klopfenden Verbrennung ist somit erforderlich (Abb. 9):

ein entsprechend gedämpfter Geber mit einer niedrigsten Eigenschwingungszahl von etwa  $10^5 \text{ Hz}$ ,

ein Gleichstromverstärker mit hochisoliertem Eingang von  $10^{13}$  bis  $10^{14} \Omega$ , etwa 500facher Verstärkung und einer bis etwa  $10^5 \text{ Hz}$  hinreichend geradlinigen Frequenzcharakteristik,

ein Kathodenstrahl-Oszillograph mit einer Schreibgeschwindigkeit von etwa  $10^5 \text{ m/sec}$ .

### 3 Entwicklung neuer Meßeinrichtungen für Klopfdruckmessungen.

#### 31 Allgemeines.

Wie aus den vorstehenden Überlegungen hervorgeht, sind die Anforderungen, die man bei der Druckmessung in klopfenden Motoren an das Druckmeßgerät stellen muß, außerordentlich hoch. Auf keinem Gebiet der Messung mechanischer Größen sind bisher Versuchseinrichtungen benutzt worden, die für diesen Zweck übernommen werden könnten.

Es ist die Frage, inwieweit die bisher durchgeführten Druckmessungen an klopfenden Motoren als richtig anzusehen sind. Leider ist bei den meisten Veröffentlichungen die Beschreibung der Meßeinrichtung nicht ausreichend, um Zweifel an möglichen Fehlmessungen auszuschließen. Es ist bisher auch nicht möglich gewesen, den Druckverlauf während des Klopfstoßes als genügend großes Bild darzustellen. Das Ziel der im folgenden dargestellten Entwicklungen war es daher, den wahren Druckverlauf während des Klopfens im Zylinder genauer wie bisher zu bestimmen, um daraus Schlüsse auf den Klopfvorgang ziehen zu können.

Zu diesem Zweck waren wesentliche Verbesserungen an allen Teilen der bisher bekannten Meßeinrichtungen notwendig. Grundlegende Untersuchungen erforderte vor allem der Quarzdruckgeber, dessen dynamische Eigenschaften bereits vom Verfasser in früheren Arbeiten erörtert wurden [4], [5], [6]. Mit dem dort unter anderem entwickelten Meßverfahren zur Aufnahme der Resonanzkurven von Quarzdruckgebern durch elektrische Anregung der Quarze mit



echselspannung wurde die Möglichkeit geschaffen, die Schwingungseigenschaften der Gebermeßtechnik zu erfassen. Damit waren auch die Grundlagen gegeben, um eine erfolgreiche Weiterentwicklung durchzuführen.

Die in der genannten Arbeit entwickelten Quarzdruckgeber für Motorindizierung stellten zwar schon einen erheblichen Fortschritt gegenüber anderen untersuchten Gebern dar, sie genügten aber für die wandfreie Druckaufnahme bei klopfender Verrennung noch nicht. Um das überhaupt erkennen zu können, war eine wesentliche Verbesserung der Verstärker und Oszillographen gegenüber den bis dahin benutzten notwendig. Zunächst mußte ein Kathodenstrahl-Oszillograph höherer Schreibleistung verwendet werden. Wie die bisher veröffentlichten Klopfdiagramme zeigten, war die Schrift der Kathodenstrahl-Oszillographen, die erhebliche Verbesserungen hinsichtlich Schriftgüte und Schreibleistung erwarten ließen, standen solche mit kalter Kathode und einleuchtbarem Aufnahmestoff wie auch abgesehmolzene Elektronenstrahlröhren zur Wahl. Obwohl die letzteren ohne Zweifel einen geringeren Aufwand erfordern, wurde doch mit Kaltkathodenstrahl-Oszillographen gearbeitet, da bei abgesehmolzenen Röhren wegen der in einem Klopfdiagramm auftretenden Schreibgeschwindigkeitsunterschiede der Leuchtschirm zu stark einbrennt. Außerdem war bei der Planung der Versuche die Entwicklung abgesehmolzener Hochleistungsoszillographen noch nicht weit genug gediehen, und insbesondere waren auch bei ihrer Lebensdauer keine ausreichenden Unterlagen vorhanden. Demgegenüber hat der Kaltkathodenoszillograph den Vorzug weitgehender Unerschütterlichkeit, hoher Empfindlichkeit und guter Anpassungsmöglichkeit an die Versuchsbedingungen, was besonders auch durch Abänderung der Plattensysteme ermöglicht wird. Nachteilig ist bei ihm die häufige Inkonzistenz der Gasentladung zwischen Kathode und Voranode. Die Versuche wurden, soweit es sich um die Aufzeichnung der steilen Klopffronten handelt, mit einem Hochleistungs-Kathodenstrahl-Oszillographen der Firma Hochspannungsgesellschaft Fischer & Co., Köln-Zollstock durchgeführt, der für die Versuche entsprechend umgebaut wurde. Außer Ablenkplattensystemen mußten auch die elektronenoptischen Einrichtungen abgeändert werden.

Für den Betrieb des Oszillographen mußten einige Zusatzgeräte entwickelt werden. Die üblicherweise vorhandene funkengesteuerte Zeitablenkeinrichtung mit logarithmischem Maßstab mußte durch ein Röhrenkippperät eigener Entwicklung ersetzt werden. Das nach bekanntem Prinzip gebaute Gerät liefert genügend hohe zeitlineare Ablenkspannungen, wie die Oszillogramme zeigen. Es wird bei der Beschreibung der Gesamteinrichtung noch erwähnt werden.

Besonderer Wert mußte auch auf weitgehende Verzerrungsfreiheit der Verstärkereinrichtungen gelegt werden. Die bisher benutzten Röhrenverstärker sind leider in den wenigsten Fällen hinsichtlich ihrer Verzerrungsfreiheit beschrieben worden. Es ist nicht möglich, ihre Brauchbarkeit für Klopfmessungen nachträglich aus den Berichten zu erkennen.

Für die vorliegenden Versuche wurden daher mehrstufige Verstärker entwickelt, die als Gleich-

und Wechselstromverstärker hohen Frequenzumfanges (0 Hz bis etwa  $10^5$  Hz) ausgebildet wurden. Neben einer batteriegespeisten Ausführung wurde auch eine netzgespeiste gebaut. Der Aufbau und die zugehörigen Frequenzcharakteristiken werden weiter unten gezeigt.

Die größten Schwierigkeiten bot zweifellos die Entwicklung geeigneter Quarzdruckgeber. Das Ziel der Entwicklung mußte noch über die Ergebnisse eigener früherer Entwicklungen hinaus gesteckt werden, da es sich bei Verwendung der verbesserten Oszillographen und Verstärker immer wieder zeigte, daß die Eigenschwingungen selbst verhältnismäßig hoch abgestimmter Quarzdruckgeber den wahren Druckverlauf bei der Untersuchung klopfender Verbrennung in unzulässigem Maße überdeckten. Man kann daher vermuten, daß die bisher von anderer Seite erzielten Ergebnisse in sehr vielen Fällen nicht den wahren Gasdruckverlauf im Zylinder, sondern im wesentlichen entweder nur die bei einigen tausend Hertz liegende Grundschiwingung des Verbrennungsraumes oder in einzelnen Fällen auch noch die durch die Klopfstöße angeregten Eigenschwingungen der benutzten Quarzdruckgeber darstellen. Die letzte Vermutung liegt um so näher, als gerade Quarzsysteme sehr schwach gedämpfte Schwingungen sind, wie es sich auch aus den früheren Untersuchungen des Verfassers ergibt.

Die ersten mit ausreichenden Verstärkern und Oszillographen sowie mit Gebern eigener Entwicklung von etwa 50 kHz Eigenschwingungszahl aufgenommenen Klopfdiagramme bestätigten die starke Anregung von Eigenschwingungen. Es war daher notwendig, zunächst die Eigenschwingungszahl der Geber weiter zu erhöhen. Als besonders wünschenswert ergab sich auch eine Erhöhung der Dämpfung der Quarzsysteme. Beide Ziele wurden in langwieriger Entwicklung mit für die vorliegenden Versuche befriedigender Vollkommenheit erreicht.

### 32 Entwicklung hochabgestimmter Quarzdruckgeber.

Die Weiterentwicklung hochabgestimmter Quarzdruckgeber wurde sowohl an solchen mit federnd aufgehängtem System, bei dem gleichzeitig eine Ausschaltung störender Massenkkräfte möglich schien, als auch an Gebern mit festem Widerlager durchgeführt. Zur Beurteilung ihrer Schwingungseigenschaften wurden außer den Resonanzkurven [6] auch die Ausschwingungskurven herangezogen, die durch Stoßregung des Gebers mit Stahlkugeln gewonnen wurden [4], [5].

#### 321 Federnd aufgehängte Systeme.

Im Verlauf der Untersuchungen zeigten sich bei den federnd aufgehängten Systemen erhebliche Schwierigkeiten, die vor allem darin bestanden, völlig gleiche Systemhälften mit genügender Präzision herzustellen. Denn wie in Abschnitt 2212 gezeigt wurde, ist dies die Voraussetzung für die vollständige Unterdrückung der niedrigen Eigenschwingungszahl  $f_2$ . Ohne auf die zahlreichen Zwischenlösungen näher einzugehen, die einen erheblichen Zeitaufwand erforderten, sei hier kurz das Ergebnis der Entwicklung federnd aufgehängter Systeme mitgeteilt, Abb. 10. Das Meßsystem ist weitgehend symmetrisch aufgebaut. Die Quarzsäule  $a$  befindet sich in einer Federhülse  $b$ ,



deren Böden die gleichartigen Widerlager für die Quarzscheiben bilden. Die Aufhängeplattenfedern *e* sind mit den Federhülshälften und Widerlagern aus einem Stück gedreht und zwecks einwandfreier Kühlwasserführung durchbohrt. Die Gasabdichtungsmembranen *f* sind mit den Halteschrauben *d* an die Wider-

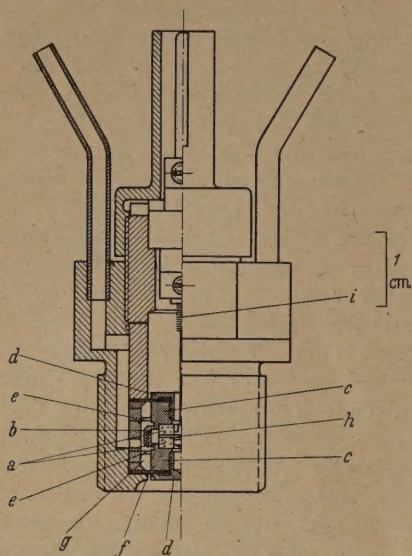


Abb. 10. Quarzdruckgeber mit federnd aufgehängtem Meßsystem. *a* Quarzsäule; *b* Federhülse; *c* Widerlager; *d* Halteschrauben; *e* Durchbohrte Aufhängeplattenfedern; *f* Gasabdichtungsmembran; *g* Kühlwasserraum; *h* Abnahmeelektrode, *i* Gewendelter Zuführungsdraht.

lager angeschraubt und dichten den Kühlwasserkreislauf gegen den Brennraum und die Außenluft ab. Die Abnahmeelektrode *h* steht über einen gewendelten Zuführungsdraht mit dem Kabelanschlußteil in Verbindung. Abb. 11f zeigt die Resonanz-

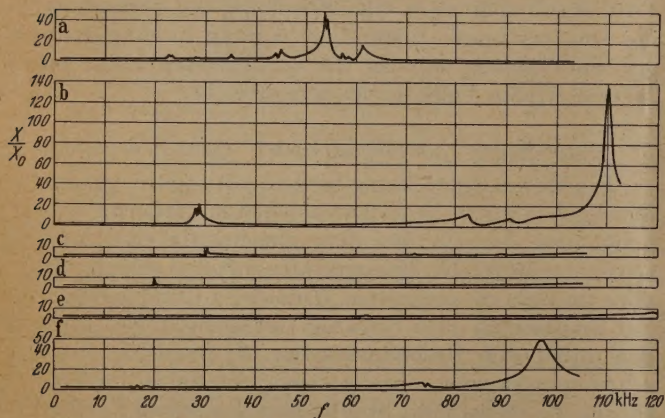


Abb. 11 a-f. Frequenzcharakteristiken (Resonanzkurven) verschiedener Ausführungen federnd aufgehängter Quarzmeßsysteme a bis e. Kurve f: Druckgeber nach Abb. 10.

kurve, Abb. 12 die Ausschwingkurve des Systems in bester Übereinstimmung mit Abb. 11f. Man erkennt in Abb. 11f, daß die Eigenschwingung erster Art etwa bei 100 kHz liegt. Aber auch die Eigenschwingung zweiter Art ist bei etwa 17 kHz noch schwach erkennbar. Wegen dieser Erscheinung und der sehr schwierigen Herstellung wurden bei den später beschriebenen Messungen keine federnd aufgehängten Systeme verwendet. Die Ausschwingkurven erwiesen sich bei der Entwicklungsarbeit als sehr nützlich, da ihre Aufnahme in wesentlich kürzerer Zeit erfolgen konnte als diejenige der aus Einzelmessungen bestehenden Resonanzkurve der Geber.

### 322 Meßeinrichtung zur Aufnahme von Ausschwingkurven.

Da die früher mit einer Trommelkamera aufgenommenen Ausschwingkurven nicht befriedigten, wurde bei einer neuen Versuchseinrichtung mit stehendem Photomaterial und Zeitablenkgerät gearbeitet. Abb. 13 zeigt das Schema der Versuchsanordnung, bei der die zur einmaligen Überschreibung des Photomaterials notwendigen Schaltvorgänge am Oszillographen durch Stoßkugeln gesteuert werden. Vor Beginn der Aufnahme muß der Kathodenstrahl des benutzten

Kaltkathodenstrahl-Oszillographen gesperrt sein. Kurz vor dem Aufprall der Stoßkugel auf den Geberboden wird die Sperrung aufgehoben und der Zeitkreis des Oszillographen ausgelöst, der den Strahl in der Zeitachse während des Stoßvorganges einmalig über das Diagramm bewegt. Der Zeitpunkt der Auslösung muß so gewählt sein, daß auch der erste Anstieg des Kurvenzuges mit erfaßt wird und der Schwingungsvorgang in der gewünschten Länge aufgezeichnet wird. Nachdem der Strahl die Photoschicht einmal überschrieben hat, wird er wieder gesperrt, um eine Überstrahlung der Schicht zu vermeiden. Zur Steuerung dieser Vorgänge sind 2 Fallkugeln vorgesehen, von denen die eine Kugel *m'* die zur Erregung des Gebers notwendige Energie liefert und den Zeitkreis auslöst, während die andere Kugel *m''* 2 Kontakte nacheinander betätigt, die die Hell-Dunkelsteuerung des Kathodenstrahl-Oszillographen bewirken. Beide Kugeln werden in der Ruhelage von 2 Elektromagneten gehalten, deren Differentialwicklungen so bemessen und geschaltet sind, daß beide Kugeln mit genügender Genauigkeit in allen Fällen gleichzeitig abfallen. Besonders kritisch ist die Auslösung des Zeitkreises. Beträgt die Eigenschwingungszahl des Gebers etwa 100 kHz, so soll die Zeitablenkung etwa  $10^{-5}$  sec vor dem Auftreffen der Stoßkugel auf den Geberboden erfolgen. Bei einer Fallhöhe der Kugel von etwa 20 cm entspricht diese Zeitspanne einer Höhendifferenz von nur 0,02 mm. Hierzu kommt noch eine der Verzögerungszeit des Zeitablenkgerätes entsprechende Fallhöhe, so daß die Stoßkugel weniger als etwa 0,1 mm oberhalb des Geberbodens den Impuls für das einmalige Ansprechen des Zeitkreises auslösen muß. Zur Einhaltung so kurzer Zeiten hat es sich als zweckmäßig erwiesen, eine dritte Kugel *m'''* vorzusehen, die auf einem Kontaktblech liegt, unter dem sich ein verstellbarer Gegenkontakt befindet, der eine hinreichend genaue Einstellung des Auslösezeitpunktes ermöglicht. Die Kugel *m'* stößt demnach gegen die Kugel *m'''* und diese unter rechtzeitiger Impulsgebung gegen den Geberboden. Damit wird erreicht, daß die Photoschicht von dem



Abb. 12. Ausschwingkurve des Quarzdruckgebers nach Abb. 10.

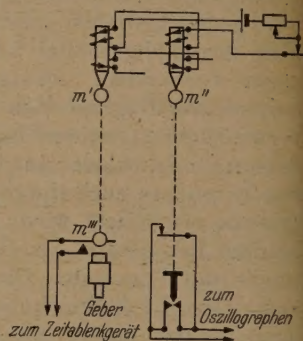


Abb. 13. Schema der Meßeinrichtung zur Aufnahme der Ausschwingkurven von Quarzdruckgebern. *m* Stahlkugeln.

Die Kugel *m'* stößt demnach gegen die Kugel *m'''* und diese unter rechtzeitiger Impulsgebung gegen den Geberboden. Damit wird erreicht, daß die Photoschicht von dem



elektronenstrahl unter Aufzeichnung der Ausschwingkurve des Gebers ohne störende Überstrahlung ein-  
zig überschrieben wird.

Abb. 12 zeigt die Ausschwingkurve des Gebers nach Abb. 10. Es ist im wesentlichen die gedämpfte Schwingung erster Art von etwa 100 kHz, der eine kleine Schwingung niederer Frequenz überlagert ist, die das Bild kaum stört. Die letztere hat in bester Übereinstimmung mit der Resonanzkurve, Abb. 11f, die Größe der Eigenschwingungszahl zweiter Art von etwa 17 kHz.

### 323 Systeme mit festem Widerlager.

Die früher vom Verfasser entwickelten Quarzdruckgeber mit 14-mm-Zündkerzengewinde hatten in betriebsfertigem Zustand eine Eigenschwingungszahl von etwa 40 kHz [6]. Für ihre Weiterentwicklung waren folgende Gesichtspunkte maßgebend:

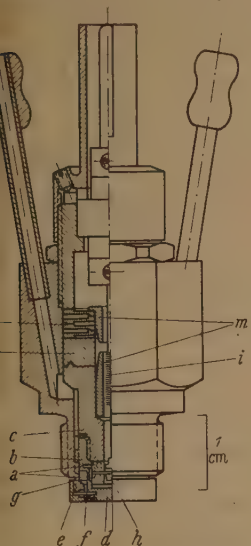


Abb. 14. Zusätzlich gedämpfter Quarzdruckgeber sehr hoher Eigenschwingungszahl. Quarze; b Federhülse; c Widerlager; d Hülseboden; e Bodenplatte; f Gasabdichtungsmembran; g Kühlwasserraum; h Abnehmerelektrode; i Gewindelthermoführungsdraht; k Bleipolster; l Federkörper; m Bernsteinbuchse.

1. Die äußeren Abmessungen haben sich als ausreichend klein erwiesen.

2. Die Federhülsen der Geber sind verhältnismäßig steif. Die Einstellung der mechanischen Vorspannung erfordert deshalb wegen der kleinen Federwege eine äußerst genaue Einhaltung der Längsabmessungen. Aus herstellungstechnischen Gründen ist daher eine weichere Vorspannfeder anzustreben, die jedoch genügend große Vorspannkräfte zu erzeugen erlaubt.

3. Die Erzielung noch höherer Eigenschwingungszahlen scheint vor allem durch Verkleinerung der

für den Quarzen angeordneten Masse, deren Größe im wesentlichen durch die den Gasdruck übertragenden Bauteile bestimmt wird, erreichbar zu sein.

Auch hier seien nur die Endergebnisse der sehr langwierigen Entwicklung mitgeteilt, die zu einer zusätzlich gedämpften Geberbauart führte. Besonders die Erzielung einer zusätzlichen Dämpfung war sehr zu begrüßen, da in allen früheren Arbeiten die geringe Dämpfung der Quarzsysteme vor allem bei zu niedrigen Eigenschwingungszahlen des Systems außerordentliche Verzerrungen der Druckdiagramme ergab.

Abb. 14 zeigt den zusätzlich gedämpften Quarzdruckgeber, dessen Eigenschwingungszahl über 100 kHz liegt. Die Quarze *a* sind nur je 1,5 mm dick und befinden sich in einer sehr kurzen Federhülse *b*. Der Kühlwasserkreislauf führt das Kühlwasser durch den Kühlwasserraum *g* bis an die Gasabdichtungsmembran *f* heran, die sich in etwa 1 mm Abstand von der Bodenfläche des Gebers befindet, die ihrerseits mit der Wand des Verbrennungsraums abschließt. Das Widerlager *c* lehnt sich gegen ein Bleipolster *k*, das die zusätzliche Dämpfung des Meßsystems durch Ver-

formungsarbeit bewirkt. Um die verschwindend kleine Deformation des Bleipolsters auszugleichen und die Übertragung von Schwingungsenergie auf das Gehäuse des Gebers zu erschweren, ist ein Federkörper *l* vorgesehen, der das Bleipolster *k* gegen das Widerlager *c* drückt. Die Gasabdichtungsmembran *f* ist

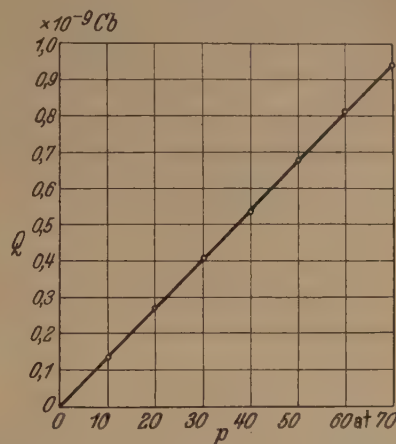


Abb. 15. Eichkurve des gedämpften Quarzdruckgebers nach Abb. 14.

mit einer sehr kleinen Ringmutter von nur rund 1 mm<sup>2</sup> Querschnitt an den Hülsenboden *d* geschraubt und dichtet den Kühlwasserkreislauf gegen den Verbrennungsraum ab. Der übrige Aufbau ist wie üblich. Der Gewindestutzen hat Zündkerzengewinde 14 × 1,25 mm. Abb. 15 zeigt die Eichkurve dieses Gebers,

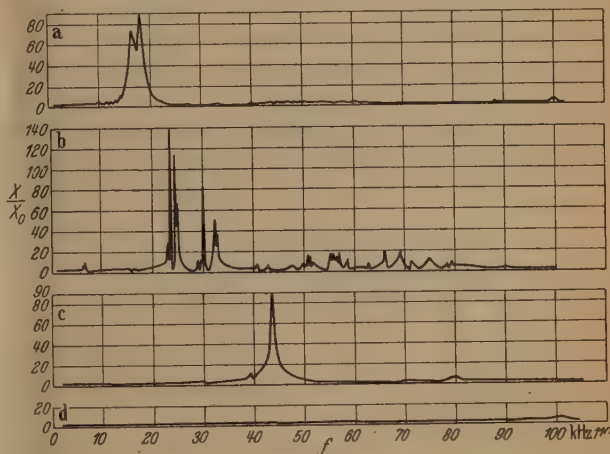


Abb. 16 a—d. Vergleich der Frequenzcharakteristiken bisher verwendeter Quarzdruckgeber mit derjenigen des neu entwickelten gedämpften Quarzdruckgebers sehr hoher Eigenschwingungszahl nach Abb. 14. a, b Quarzdruckgeber fremder Entwicklung; c Quarzdruckgeber eigener früherer Entwicklung; d Neuentwicklung nach Abb. 14.

Abb. 16 d die zugehörige Resonanzkurve. Aus Abb. 16 geht der Fortschritt der Entwicklung deutlich hervor. Die Eigenschwingungszahl konnte bis auf über 100 kHz hinaus gesteigert werden, bei gleichzeitiger Verringerung der Resonanzüberhöhung  $X/X_0$  von 140 bis auf rund 6 durch Einbau der zusätzlichen Dämpfung.

### 33 Gleichstromverstärker für eine Bandbreite von 0—100 kHz.

Im Gegensatz zu den bisher meist verwendeten handelsüblichen Indikatorverstärkern sollten die hier benutzten Verstärker Frequenzcharakteristiken wesentlich höherer Güte besitzen. Da wegen der Resonanzkurve der Geber ohnehin nicht zu erwarten war,



daß Frequenzen von 100 kHz völlig unverzerrt wiedergegeben werden konnten, wurde es als ausreichend angesehen, wenn der Verstärker bis etwa 30 kHz frequenzunabhängig verstärkte; darüber hinaus wurde bis etwa 100 kHz ein geringer Abfall des Verstärkungs-

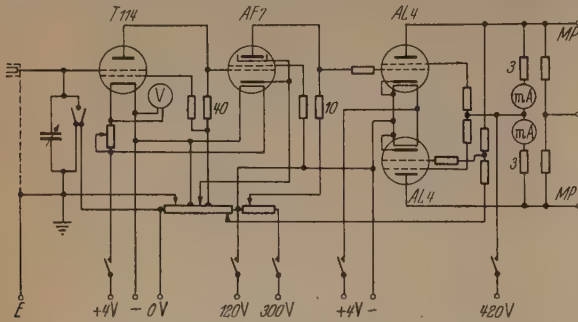


Abb. 17. Schaltbild eines batteriegespeisten Breitband-Gleichstromverstärkers mit symmetrischem Ausgang.  $R$  in  $k\Omega$ .

faktors von etwa 15–25% zugelassen, da die Gebercharakteristiken in diesem Gebiet ansteigen.

Um entsprechend breite Frequenzbänder frequenzunabhängig zu verstärken, bestehen 2 Möglichkeiten. Entweder wählt man die Anodenwiderstände der direkt gekoppelten Widerstandsverstärker von vornherein so klein, daß die den Abfall des Verstärkungsfaktors hervorrufenden schädlichen Kapazitäten erst

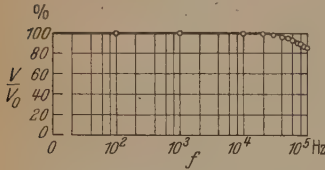


Abb. 18. Frequenzcharakteristik des Verstärkers nach Abb. 17.  $V$  Verstärkungsfaktor.

bei sehr hohen Frequenzen wirksam werden, oder man gleicht den Abfall durch frequenzabhängige Schaltelemente aus, die den schädlichen Kapazitäten entgegenwirken. Beide Wege wurden beschritten.

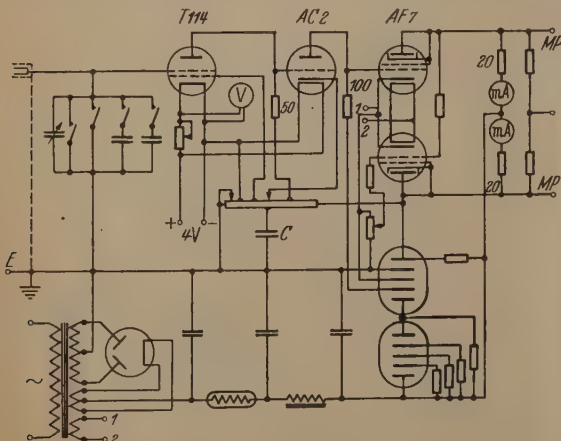


Abb. 19. Schaltbild eines netzgespeisten Breitbandgleichstromverstärkers mit symmetrischem Ausgang.  $R$  in  $k\Omega$ .

Dabei wurde sowohl ein Verstärker für Batteriebetrieb mit entsprechend hohem Anodenstromverbrauch als auch ein solcher mit Netzanschluß und mit wegen der notwendigen Stabilisierung durch Glimmröhren begrenztem Anodenstromverbrauch entwickelt. Es ist dabei naheliegend, bei dem letzteren den schädlichen Kapazitäten durch entsprechende frequenzabhängige Schaltelemente entgegenzuwirken, während man bei dem batteriegespeisten Verstärker den Frequenzumfang durch entsprechend kleine Anodenwiderstände bei hohen Anodenströmen er-

reichen kann. Beide Verstärker wurden mit Gegentaktendstufen ausgerüstet, um die für den Betrieb von Hochvakuumkathodenstrahl-Oszillographen günstige erdsymmetrische Ausgangsspannung herzustellen. Abb. 17 zeigt das Schaltschema des batteriegespeisten Verstärkers. Als Eingangselektrometerröhre wird eine T114 verwendet, die eine gute Ladungshaltung ermöglicht. Wegen der geringen Verstärkungseigenschaften dieser Röhre sind 3 Stufen vorgesehen, die durch entsprechend niedrige Anodenwiderstände gekoppelt sind. Durch die sehr kleinen Anodenwiderstände der mit kräftigen Endpentoden bestückten Endstufe haben selbst verhältnismäßig große mit dem Verstärkerausgang verbundene Kapazitäten von Ablenkplatten und Schaltelementen keinen erkennbaren Nachteil auf die Frequenzcharakteristik, die Abb. 18 zeigt.

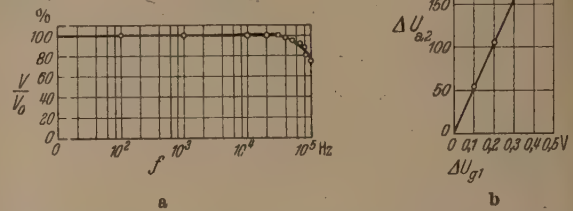


Abb. 20 a u. b. Frequenzcharakteristik, Kurve a, und Eichkurve, Kurve b, des Verstärkers nach Abb. 19.  $V$  Verstärkungsfaktor;  $\Delta U_{g1}$  Änderung der Eingangsgitterspannung;  $\Delta U_{a1}$  Änderung der Ausgangsspannung.

Die netzgespeiste Ausführung, Abb. 19, unterscheidet sich hiervon vor allem durch die Endstufe, die mit als Dreipolröhren geschalteten Fünfpolröhren versehen ist. Die Anodenspannungen sind stabilisiert. Für die Heizung der Eingangselektrometerröhre ist ein Bleisammler vorgesehen, um die wegen der direkten Röhrenheizung leicht auftretenden netzbedingten Störungen zu vermeiden. Zum Anheben der Frequenzcharakteristik bei höheren Frequenzen dient eine Kapazität  $C$ , die eine geringe Frequenzabhängigkeit der Kopplung bewirkt. Abb. 20 a und b zeigen Frequenzcharakteristik und Eichkurve des netzgespeisten Verstärkers.

### 34 Steuergeräte.

Um den Druckverlauf während eines Klopfstoßes in ausreichender Größe wiederzugeben, mußte die Versuchseinrichtung gestatten, jedes beliebige Stück des Motordigramms auf dem Leuchtschirm sichtbar zu machen. Außerdem ist es notwendig, das Bild durch ein einmaliges Überschreiben des Photomaterials zu erzeugen, um klare Photographien zu erhalten, denn es kommt praktisch nie vor, daß bei mehreren aufeinanderfolgenden Motorspielen ein vollständig gleichartiger Druckverlauf besonders in den Klopfstößen auftritt. Es ist bekanntlich ja sogar zu beobachten, daß unter Umständen bei dem einen Motorspiel Klopfen eintritt und bei dem folgenden nicht.

Da die Diagramme auf stillstehendes Photomaterial aufgezeichnet wurden, mußte das Zeitablenkgerät von der Motorwelle gesteuert und im richtigen Augenblick ausgelöst werden. Die Wahl des Auslösezeitpunktes erfolgt durch Verdrehen eines an einem Kontakthalter befestigten Kontaktes  $n$ , der durch eine mit der Motorwelle umlaufende Scheibe kurzzeitig geschlossen wird, Abb. 21. Mit der in der folgenden Abb. 22 dargestellten Schaltung de-



Abblenkgerätes wird durch den Kontakt  $n$  während der Motorumdrehung eine einmalige Ablenkung des Kathodenstrahles in Zeitachsenrichtung erzielt. Die Fünfpolröhre in Abb. 22 hält den Ladestrom des Zeitkreiskondensators  $C$  während des größten Teils der Aufladezeit konstant, wodurch ein proportionaler Spannungsanstieg zustande kommt. Ist die Spannung an dem Kondensator  $C$  gleich der Zündspannung des parallel ihm liegenden Stromtores  $St$ , so zündet dieses und entlädt ihn in einer zur Aufladezeit kurzen Zeitspanne in bekannter Weise. Durch einen kurzzeitigen Spannungsstoß auf das Gitter des Stromtores wird die Zündspannung kurzzeitig weit herabgesetzt, daß es zündet, wodurch der Lichtfleck in das Bildfeld in kürzester Zeit hinfällt, um anschließend sofort wieder zeitproportional zurückzulaufen. Der Impuls hierzu wird von dem untersuchten Verbrennungsmotor durch den Kontakt  $n$  gegeben. Die Regelung der Ablenkzeit erfolgt durch Änderung der Ladepkapazität  $C$  oder des Kathodenwiderstandes  $R_k$ . Zur Erzeugung erdsymmetrischer Ablenkspannungen ist

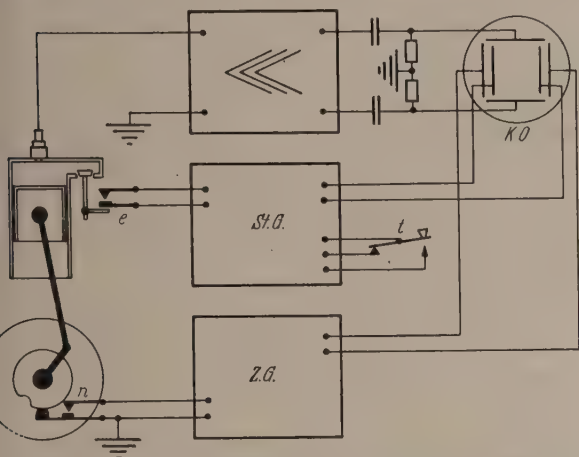


Abb. 21. Schema der Gesamtschaltung zur Steuerung der Meßeinrichtung durch den untersuchten Motor.  $K.O.$  Kathodenstrahloszillograph;  $St.G.$  Steuergerät für die Freigabe des Kathodenstrahls nach Abb. 23;  $Z.G.$  Zeitablenkgerät nach Abb. 22;  $e$  Arbeitskontakt am Einlaßventil;  $n$  Arbeitskontakt an der Motorwelle;  $t$  Taste zur Auslösung des Meßvorganges.

hier wieder eine Gegentaktendstufe vorgesehen, die von den an dem Zeitkreiskondensator  $C$  auftretenden Spannungsänderungen gesteuert wird. Wie die weiter unten wiedergegebenen Oszillogramme zeigen, steigt die von dem Gerät gelieferte Ablenkspannung genügend linear mit der Zeit an.

Außerdem ist es erforderlich, den intensiven Kathodenstrahl nur während der zur Aufzeichnung des Vorganges benötigten Zeit freizugeben, ihn im übrigen aber vor Eintritt in die Vorgangsplatten zu sperren, um eine Überstrahlung der Photoschicht zu verhindern. Zur Sperrung des Strahles wird an die hierfür vorgesehenen Sperrplatten des Oszillographen eine Spannung von einigen Hundert Volt gelegt, wodurch der Strahl zur Seite gelenkt wird. Um den Strahl freizugeben, müssen beide Sperrplatten auf Erdpotential gebracht werden. Die Steuerung dieses Vorganges wird durch einen am Einlaßventil des Motors angebrachten Arbeitskontakt  $e$ , Abb. 21 und 23, bewirkt, der in einigen Fällen auch durch einen gedenderten Nocken in ähnlicher Weise betätigt wurde.

Da die Photoschicht nur einmal belichtet werden soll, darf der Strahl während einer Aufnahme nur einmal freigegeben werden. Dazu drückt man die Taste  $t$ ,

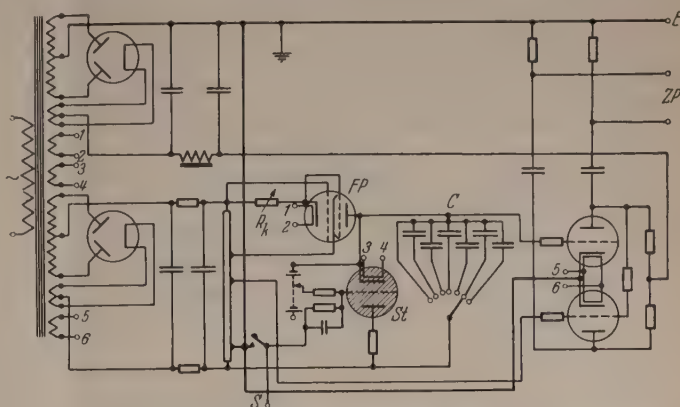


Abb. 22. Schaltbild des verwendeten Zeitablenkgerätes.  $FP$  Fünfpolröhre;  $St$  Stromtor;  $C$  Zeitkreiskondensatoren;  $R_k$  Kathodenwiderstand der Fünfpolröhre  $FP$ .

Abb. 23. Der in der Ruhestellung der Taste  $t$  aufgeladene Kondensator  $C$  entlädt sich, wenn der Einlaßventilkontakt  $e$  schließt, über das Relais  $R$ , das den

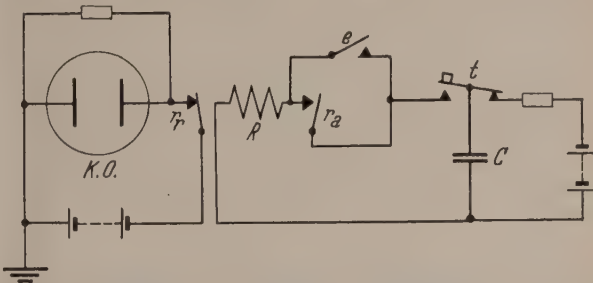


Abb. 23. Schaltbild des Steuergerätes zur einmaligen automatischen Hell-Dunkelsteuerung des Kathodenstrahloszillographen.  $K.O.$  Sperrplatten des Kathodenstrahloszillographen;  $C$  Speicher-Kondensator;  $R$  Relaiswicklung;  $r_a$  Arbeitskontakt des Relais  $R$ ;  $r_r$  Ruhekontakt des Relais  $R$ ;  $t$  Taste wie in Abb. 21.

Arbeitskontakt  $r_a$  schließt und den Ruhekontakt  $r_r$  öffnet, wodurch sich das Relais über  $r_a$  selbst erregt und die Sperrplatten durch Öffnen von  $r_r$  auf

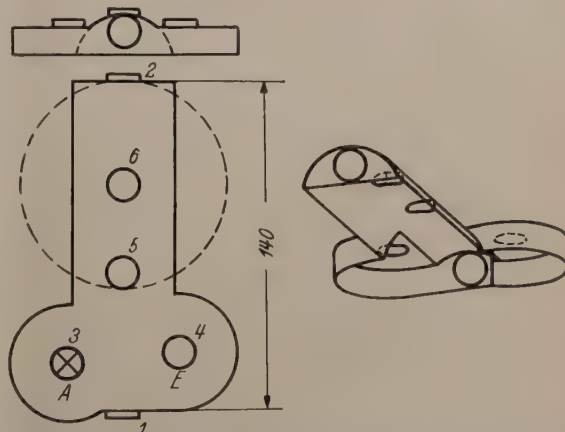


Abb. 24. Zylinderkopf langgestreckter Form für den benutzten FN-Motor. 1–6 Bohrungen mit Zündkerzengewinde  $14 \times 1,25$  mm;  $E$  Erhebungsraum für das Einlaßventil;  $A$  Erhebungsraum für das Auslaßventil. Zündkerze in der Bohrung 3.

Erdpotential kommen. Das Relais  $R$  hält sich solange selbst, bis die Ladung des Kondensators  $C$  abgeflossen ist. Dann fallen die Kontakte  $r_a$  und  $r_r$  in die Ruhestellung zurück. Der nächste Schaltimpuls des



Kontaktes  $e$  kann auch bei gedrückter Taste  $t$  das Spiel nicht wiederholen, da der Kondensator  $C$  erst wieder durch Loslassen der Taste  $t$  aufgeladen werden

Stellung des Kontakthalters von  $n$  den Auslösezeitpunkt des Zeitgerätes und die Wahl der Zeitkreis-kondensatoren im Zeitgerät die Schnelligkeit der Zeit-

Abb. 25 a u. b.  
Meßstelle 2.

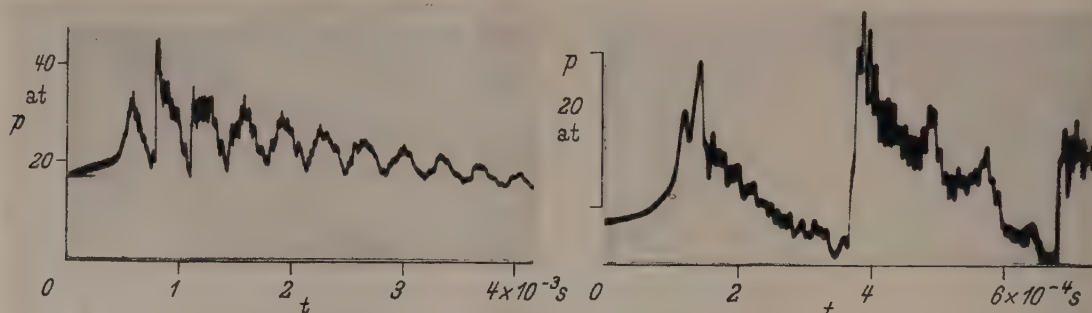


Abb. 26 a u. b.  
Meßstelle 6.

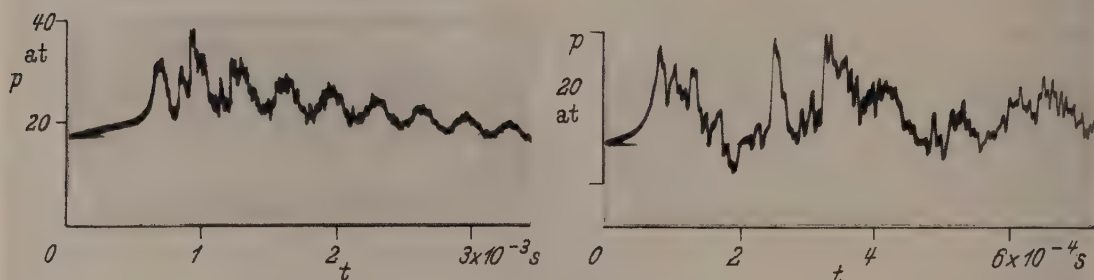


Abb. 27 a u. b.  
Meßstelle 5.

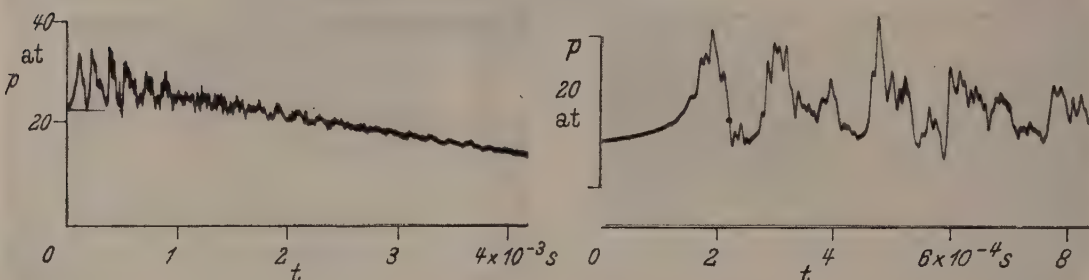


Abb. 28 a u. b.  
Meßstelle 4.

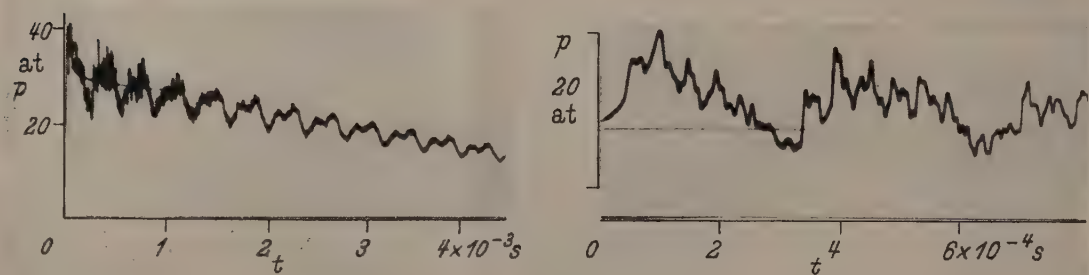


Abb. 29 a u. b.  
Meßstelle 1.

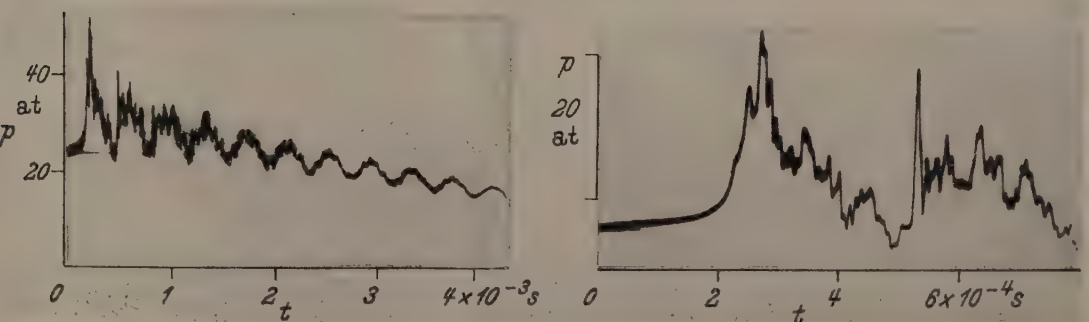


Abb. 25—29. Druckverlauf im FN-Motor an den Meßstellen 2, 6, 5, 4, 1 bei stärkstem Klopfen.

müßte. Durch die Schaltung nach Abb. 23 wird demnach bei einmaligem Drücken der Taste  $t$  eine einmalige Belichtung der Photoschicht bewirkt. Da die

ablenkung bestimmt, kann mit der Einrichtung durch Drücken der Taste  $t$  jeder Ausschnitt des Druckzeit-diagramms und damit ein einzelner Klopfstoß mit



st beliebiger Zeitdehnung auf dem Leuchtschirm der Photoschicht als einmaliger Schrieb sichtbar gemacht werden.

#### 4 Erprobung.

Nachdem es gelungen war, eine Druckmeßeinrichtung mit den in Abschnitt 222 geforderten Eigenschaften zu bauen, wurden an verschiedenen Motoren Klopfuntersuchungen angestellt, über die in einem späteren Bericht demnächst genauere Angaben gemacht werden sollen. Hier seien als Beispiel von Klopfdruckmessungen die Abb. 25–29 angeführt. Die Diagramme wurden an einem Motor der Fabrique Nationale aufgenommen, der mit einem besonderen, mit zahlreichen Meßstellen versehenen Zylinderkopf für langgestreckter Form ausgerüstet worden war, Abb. 24. Der Motor hatte ein Hubvolumen von 90 cm<sup>3</sup> und wurde mit I.G.-Eichbenzin niedrigster Oktanzahl bei 1200 U/min betrieben. Das Verdichtungsverhältnis betrug  $\epsilon = 5,6$ , die Vorzündung  $-25^\circ$  vor dem oberen Totpunkt (O.T.). Der Motor kloppte in diesem Betriebszustand so stark, daß schließlich die Kurbelwelle brach.

Die mit a und b bezeichneten Diagramme jeder der Abb. 25–29 unterscheiden sich jeweils durch Zeitdehnung und Druckmaßstab und wurden jeweils jeweils an der gleichen entsprechend bezifferten Druckmeßstelle des Zylinderkopfes nach Abb. 24 aufgenommen. Die Betriebsbedingungen des Motors waren bei allen Abbildungen dieselben. Das vollständige Druckdiagramm eines Motorspiels hat in dem Zeitmaßstab der mit b bezeichneten Diagramme eine Länge von 10 m. Außerdem ist in diesen Diagrammen der Nullpunkt des Druckmaßstabes unterdrückt; sie stellen daher jeweils eine erneute Aufnahme eines Teilausschnittes der zugehörigen, mit a bezeichneten Diagramme dar und zeigen, wie jede beliebige Stelle des Druckdiagramms für sich allein registriert werden kann.

Bezüglich der Wiedergabe des Druckverlaufes, der etwa vom O.T. an dargestellt ist, ist festzustellen, daß seine Kurvenform gut erkennbar ist. Die dem Kurvenzug überlagerten schnellen Schwingungen sind, wie besonders in Abb. 25b gut zu sehen ist, in ihrer Frequenz von fast genau 100 kHz eindeutig als Überreste von Gebereigenschwingungen zu er-

kennen. Sie stören das Bild kaum, da die Frequenz der Gasschwingungen im Verbrennungsraum des Motors wesentlich niedriger ist. Außerdem ist die Gebereigenschwingung wegen der zusätzlichen Dämpfung des Gebers, vgl. Abb. 16d, von sehr kleiner Amplitude. In dem Anstieg des zweiten Druckberges in Abb. 25b ist eine Verdickung der Strichstärke zu bemerken, die erkennen läßt, daß hier eine Umkehr der Gebereigenschwingung stattgefunden hat. Man sieht, daß der Druckanstieg hier in etwa  $10^{-5}$  sec erfolgt und daß dieser steilste Druckanstieg des Diagramms gut wiedergegeben ist. Vergleicht man die Diagramme der Abb. 25–29 mit früheren Klopfdruckmessungen, so ist die Leistungsfähigkeit der hier entwickelten Meßeinrichtungen eindeutig gekennzeichnet.

#### Zusammenfassung.

Es werden die Gesichtspunkte klargelegt, die für den Bau einer Druckmeßeinrichtung zur Aufzeichnung des Druckverlaufes im klopfenden Motor maßgebend sind. Die nach diesen Gesichtspunkten durchgeführten langwierigen Entwicklungen ergeben neue Meßgeräte, die den gestellten hohen Anforderungen gerecht werden. An einer Anzahl von Diagrammen wird die Leistungsfähigkeit der Meßeinrichtungen gezeigt.

**Literatur.** [1] BROEZE, J. J., H. VAN DRIEL u. L. A. PELETIER: Betrachtungen über den Klopfvorgang im Ottomotor. Schr. dtsh. Akad. Luftf. Forsch. 1939, H. 9, S. 187. — [2] DEEG, Th.: Grundlegende Untersuchungen über das magnetoelastische Druckmeßverfahren. Diss. München 1940. — [3] FAHRENTHOLZ, S., J. KLUGE u. H. E. LINKH: Phys. Z. 38, 73 (1937). — [4] GOHLKE, W.: Jb. dtsh. Luftf. Forsch. 1939 II, 342. — [5] GOHLKE, W.: Z. VDI 84, 663 (1940). — [6] GOHLKE, W.: VDI-Forsch.-Heft 1941, Nr. 407, 1. — [7] GOHLKE, W.: VDI-Forsch.-Heft 1941, Nr. 407, 18. — [8] GOHLKE, W.: Ing.-Wes. 13, 137 (1942). — [9] KLUGE, J., H. E. LINKH u. S. FAHRENTHOLZ: Dtsch. Kraftf. Forsch. 1940, H. 37, 1. — [10] KÜPFMÜLLER, K.: Elektr. Nachr.-Techn. 1 (1924) 141. — [11] KÜPFMÜLLER, K.: Elektr. Nachr.-Techn. 5, 18 (1928). — [12] KÜPFMÜLLER, K.: Einführung in die theoretische Elektrotechnik, 3. Aufl. Berlin 1941. — [13] PIEFLOW, H.: Arch. Elektrotechn. 35, 319 (1941). — [14] SCHEIBE, A.: Piezoelektrizität des Quarzes. Dresden 1938. — [15] SCHMIDT, A. W. u. K. GENERLICH: Dtsch. Kraftf. Forsch. 1939, H. 33. — [16] SERRUYS, M.: Air Craft 10, 143 (1938). — [17] WEINHART, H.: Luftf. Forsch. 16, 74 (1939).

Dr. Ing. WERNER GOHLKE, (17b) Weil/Rh.,  
Sternschanzstr. 40.

## Ein Beschleunigungsmesser auf magnetostriktiver Grundlage.

Von HANS WILDE und ERWIN EISELE.

(Mitteilung aus dem Institut für Nachrichtentechnik der Technischen Hochschule Stuttgart.)

Mit 15 Textabbildungen.

(Eingegangen am 6. November 1948.)

#### Einleitung.

In der Meßtechnik tritt oft die Forderung auf, den Verlauf von sehr harten Beschleunigungsstößen aufzuzeichnen und ihre Beträge zu ermitteln. Die Höchstwerte solcher Stöße können während einiger Stöße auf das 1000fache der Erdbeschleunigung und oft noch beträchtlich darüber anwachsen.

Hierfür geeignete Beschleunigungsmesser müssen mechanisch sehr fest gebaut sein, damit sie diesen hohen Beanspruchungen gewachsen sind.

Um nicht auch die Anzeigevorrichtung diesen hohen Beschleunigungen aussetzen, ist es zweckmäßig, an der Meßstelle lediglich einen Geber anzuordnen, der die zu messende Beschleunigung, d. h. den dabei auftretenden Druck oder Zug in elektrische Spannung umwandelt. Elektrische Spannung läßt sich bequem, notfalls sogar drahtlos, übertragen und z. B. mit Kathodenstrahloszillographen praktisch trägheitslos aufzeichnen. Im Gegensatz zu den massebehafteten Anzeigevorrichtungen, wie z. B. Spiegel



usw. früherer Beschleunigungsmesser ist dieser Weg bei hochfrequenten Beschleunigungsvorgängen der noch allein gangbare. Neben anderen Möglichkeiten ist hier der magnetostriktive Effekt im Nickel als Meßprinzip besonders zweckmäßig.

### 1. Magnetostriktiver Effekt.

In Abb. 1 sind Magnetisierungsschleifen dargestellt, wie sie sich an einem geschlossenen Nickelkern bei verschiedenem Längsdruck ergeben. Es geht daraus hervor, daß der Druck vor allem auf die Remanenz  $B_r$  wirkt, die mit wachsendem Druck zunimmt.

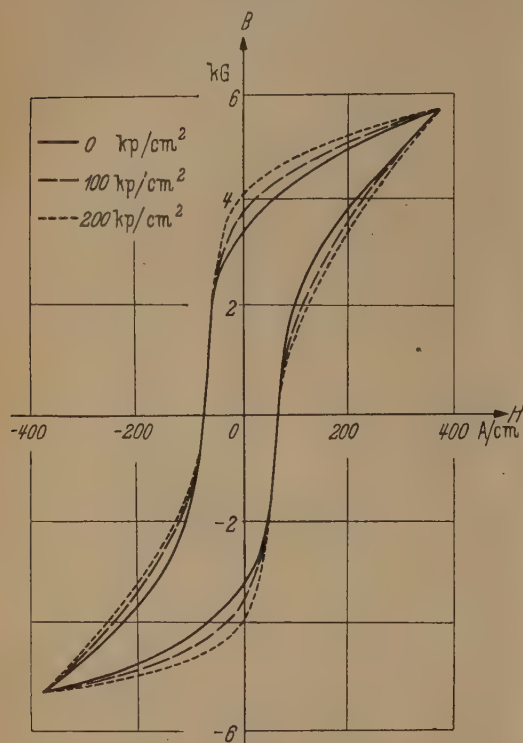


Abb. 1. Magnetisierungskurven von Nickel unter Längsdruck.

Dieser Effekt, der auch schon bei magnetostriktiven Unterwasserschallempfängern ausgenutzt wurde, soll hier zur Beschleunigungsmessung verwendet werden. Die mechanische Druckspannung  $\sigma$  in den Längsstegen des Nickelkerns (Abb. 2) ist der Trägheitskraft  $K$  und diese wiederum der Beschleunigung  $b$  proportional

$$\sigma = c_\sigma \cdot b. \quad (1)$$

Der Druckspannung proportional ist die Änderung der Remanenz

$$B_r - B_{r0} = c_B \cdot \sigma. \quad (2)$$

Der zeitlichen Änderung der Remanenz proportional ist die in den  $w$  Windungen der Spule induzierte Spannung

$$u_w = w \cdot c_w \frac{dB_r}{dt}. \quad (3)$$

Nach dem Induktionsgesetz ergibt sich somit, daß die Geberspannung nicht der Beschleunigung, sondern ihrem Differentialquotient nach der Zeit proportional ist. Will man also die Beschleunigung  $b$  messen, so muß man die Spannung  $u_w$  elektrisch integrieren. Dazu läßt man sie über einen großen Widerstand  $R$  einen Kondensator mit der Kapazität  $C$  aufladen, so

daß sich die Kondensatorspannung ergibt zu

$$u_C = \frac{1}{RC} \int u_w \cdot dt. \quad (4)$$

Somit wird nach Gl. (1) bis (4) die Kondensatorspannung  $u_C$  der Beschleunigung proportional, nämlich

$$u_C = \frac{w}{RC} \cdot c_w \cdot c_B \cdot c_\sigma \cdot b = w \cdot c_u \cdot b. \quad (5)$$

Verbindet man nun den Kondensator über einen Oszillographenverstärker mit einem Oszillographen, so erhält man ein Oszillogramm der Beschleunigung.

Die Auslenkung  $y$  des Oszillogramms ist der Kondensatorspannung  $u_C$  und damit der Beschleunigung  $b$  proportional.

$$y = \frac{w}{RC} \cdot c_y \cdot b. \quad (6)$$

Die eingesetzten Proportionalitätsfaktoren kann man aus der Theorie des Ferromagnetismus abschätzen oder durch Eichung am fertigen Beschleunigungsmesser ermitteln.

### 2. Technische Ausführung des Gebers.

Für die Gestaltung des Gebers war als Richtlinie gegeben, ein Gerät mit möglichst kleinen Abmessungen aber trotzdem großer Empfindlichkeit zu bauen. Ein massiver Nickelkern scheidet wegen der hiermit verbundenen großen Wirbelstromverluste aus. Der Kern ist daher lamelliert ausgeführt. Um Druckkräfte aufnehmen zu können und den bei der Messung auftretenden Beanspruchungen gewachsen zu sein, müssen beim fertigen Geber die einzelnen Kernbleche mechanisch äußerst fest zusammenhalten. Dies wurde dadurch erreicht, daß die einzelnen Kernbleche mit einer Bakelit- oder Schellacklösung bestrichen und dann unter starker Erhitzung zusammengepreßt wurden. Das Bindemittel wurde bei der Erhitzung flüssig und ergab nach dem Erkalten einen fest zusammenge kitteten Kern.

Hohe Empfindlichkeit verlangt eine Spule hoher Windungszahl. Bei gegebenem Wickelraum führt dies zur Verwendung von möglichst dünnem Cu-L-Draht (ohne Seideumspinnung). Solche Spulen lassen sich nur auf der Maschine wickeln. Um hohen Beschleunigungen gewachsen zu sein, muß die Wicklung mechanisch fest zusammenhalten, was durch ein besonderes Bindemittel erreicht wurde. Die Kernbleche können dann in die fertige Spule eingeschichtet und mit einer besonderen Vorrichtung nachträglich zu einem starren Paket zusammengepreßt werden.

Entsprechend diesen Überlegungen wurde mit den gegebenen Mitteln und unter Verwendung vorhandener Blechschnitte der in Abb. 2 dargestellte Geber ausgeführt. Ein besonderer auf den Geber aufgelöteter Messingzylinder ermöglicht je nach seiner Größe den Geber für verschiedene Meßbereiche auszuliegen.

### 3. Mechanische Daten.

In Abb. 2 ist der magnetostriktive Beschleunigungsmesser in seinen natürlichen Abmessungen dargestellt. Den Kern bilden 0,31 mm starke, mit Schellack zusammengepreßte Blechlamellen aus möglichst reinem und weichem Nickel. Nickel besitzt ein spezifisches Gewicht von 8,8 g/cm³ und einen Elastizitätsmodul von  $2,2 \cdot 10^6$  kp/cm². Die Gesamtmasse



ausgeführten Nickelkernes ist 0,083 kg. Hiervon bei Beschleunigung die Hälfte als wirksam ansehen. Hinzu kommt die Masse des zusätzlichen Messingzylinders, so daß die Gesamtmasse 0,125 kg trägt. Bei der Beschleunigung  $b$  wirkt somit als Gesamtkraft auf die 3 Schenkel

$$F = 0,125 \frac{b}{g_n} \text{ kp} \quad (g_n = \text{Erdbeschleunigung}). \quad (7)$$

Der Nickelquerschnitt der 3 Stege beträgt  $F_{st} = 2 \text{ cm}^2$ , so daß sich der Druck in den Stegen ergibt zu

$$\sigma = \frac{K}{F_{st}} = 0,077 \frac{b}{g_n} \text{ kp/cm}^2. \quad (8)$$

#### 4. Magnetische Daten.

Die Abmessungen einer Einzellamelle des Nickelkernes gehen aus Abb. 3 hervor. Der Kern besteht aus 29 solchen Einzelblechen. Seine Permeabilität gab sich zu  $\mu = 83,5 \mu_0$ . Mit diesem Wert der Permeabilität kann man [1] auf die inneren Spannungen im Nickel schließen. Diese bilden eine obere Grenze für den Meßbereich. Nach KERSTEN ist:

$$\sigma_i = 2 \cdot 10^4 \cdot \frac{\mu_0}{\mu} \text{ kp/cm}^2 = 240 \text{ kp/cm}^2. \quad (9)$$

Nach Gl. (8) entspricht diesen inneren Spannungen die Beschleunigung

$$b_{\max} = \frac{\sigma_i \cdot g_n}{0,077 \text{ kp/cm}^2} = 3120 \cdot g_n. \quad (10)$$

Die größte mit dem beschriebenen Geber praktisch noch gut meßbare Beschleunigung soll aus Sicherheitsgründen 1600  $g_n$  angenommen werden, entsprechend einer äußeren Spannung  $\sigma \approx \sigma_i/2 = 120 \text{ kp/cm}^2$ . Die Elastizitätsgrenze des weichen Nickels liegt demgegenüber bei 400  $\text{kp/cm}^2$ .

Höhere Beschleunigungen können mit dem vorliegenden Geber ohne weiteres dann gemessen werden, wenn die Zusatzmasse des Messingzylinders vergrößert oder ganz weggelassen wird. Im letzteren Fall läßt sich beispielsweise bei derselben Werkstoffspannung von 120  $\text{kp/cm}^2$  praktisch statt einer Beschleunigung von 1600  $g_n$  eine solche von 4500  $g_n$  messen.

Im Längenelement der Stege wirkt eine magnetostruktive Kraft, die sich durch einen Längsdruck ändert. Die Größe dieser Änderung gibt KERSTEN [2] an zu

$$M_r - M_{r_0} = \frac{M_s}{4\sigma_i} \cdot \sigma. \quad (11)$$

Der Weg der Kraftlinien in den magnetostruktiv aktiven Längsstegen ist 7,4 cm lang. Die Gesamtlänge der Kraftlinien im Geber ist 10,8 cm. Die Größe der zu erwartenden Remanenzänderung ist demnach

$$B_r - B_{r_0} = \frac{7,4}{10,8} \cdot \frac{B_s}{4\sigma_i} \cdot \sigma. \quad (12)$$

Die Sättigungsinduktion im Nickel ist

$$B_s = 6 \text{ kG}. \quad (13)$$

Also ist die Änderung der Remanenz durch den Längsdruck

$$B_r - B_{r_0} = \frac{7,4}{10,8} \cdot \frac{6 \text{ kG} \cdot \sigma}{4 \cdot 240 \text{ kp/cm}^2} = 4,28 \frac{\sigma}{\text{kp/cm}^2} \text{ G}. \quad (14)$$

Mit Gl. (8) ergibt sich damit für die theoretische Empfindlichkeit

$$B_r - B_{r_0} = 0,33 \frac{b}{g_n} \text{ G}. \quad (15)$$

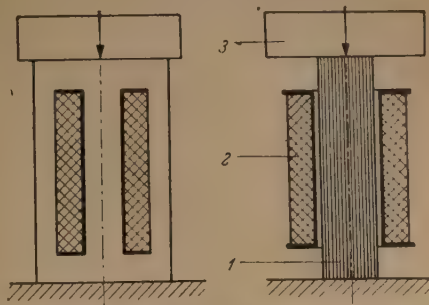


Abb. 2. Beschleunigungsgeber. 1 Nickelpaket; 2 Spule; 3 träge Masse.

Voraussetzung für diese Empfindlichkeit ist, daß der Nickelkern seine Remanenz aus der magnetischen Sättigung erreicht hat.

KERSTEN [3] gibt folgende in Abb. 4 aufgezeichnete Daten für die Sättigung von Nickel bei verschiedenen inneren Spannungen an:

$\sigma_i$	50	300	2000 $\text{kp/cm}^2$
$H_s$	100	250	1000 Oe
$B_s$	6	6	6 kG
$B_r$	3	3	3 kG
$\frac{\mu}{\mu_0}$	380	66	10

Bei einer Permeabilität des Beschleunigungsmessers von  $\mu = 83,5 \mu_0$  ist demnach zur Sättigung eine Feldstärke  $H_s = 220 \text{ Oe} = 174 \text{ A/cm}$  (16) erforderlich.

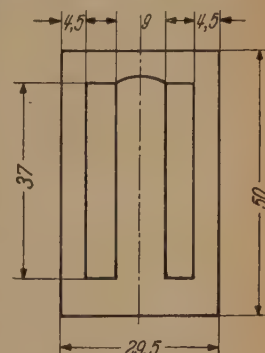


Abb. 3. Kernblech.

#### 5. Elektrische Daten.

Auf dem Mittelschenkel des Nickelkernes ist eine Spule angeordnet, die aus 0,07 mm starkem Cu-L-Draht gewickelt ist und 19000 Windungen aufweist.

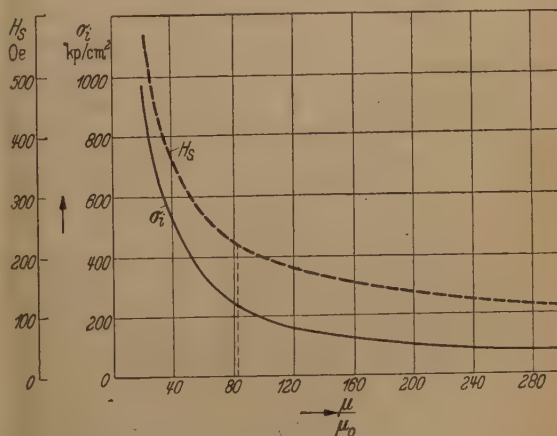


Abb. 4. Abhängigkeit zwischen innerer Spannung, Sättigungsfeldstärke und Permeabilität bei Nickel.

Der Widerstand dieser gesamten Wicklung wurde gemessen zu

$$R_w = 5,5 \text{ k}\Omega. \quad (17)$$

Der Sättigungsfeldstärke  $H_s = 174 \text{ A/cm}$  entspricht bei einer Kraftlinienlänge von 10,8 cm eine Sättigungs-



durchflutung

$$\Theta_s = 1880 \text{ A.} \quad (18)$$

In einer Wicklung mit 19000 Windungen wird diese Durchflutung erreicht mit einem Sättigungsstrom  $I_s = 0,099 \text{ A}$  und mit Gl. (17) mit einer Sättigungsspannung  $u_s = 540 \text{ V}$ .

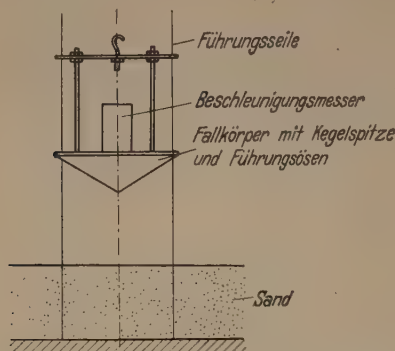


Abb. 5. Fallvorrichtung zur Geber-Eichung.

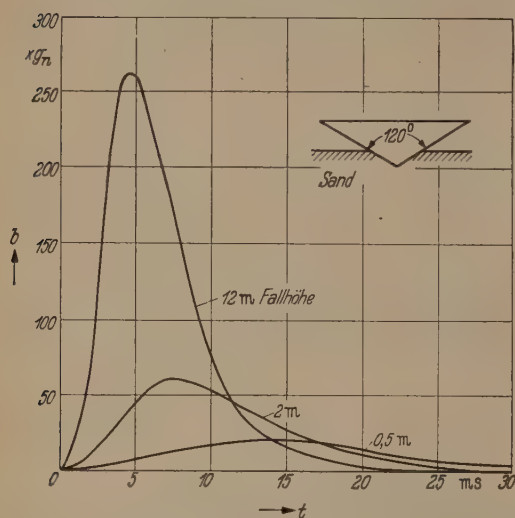


Abb. 6. Verzögerung einer Kegelspitze in Sand bei verschiedenen Fallhöhen.

Die in der Wicklung induzierte Spannung errechnet sich nun mit Gl. (15) und einer Mittelstegfläche  $F = 0,8 \text{ cm}^2$  zu

$$u_w = w \cdot F \cdot \frac{dB_r}{dt} = w \cdot 0,8 \cdot \frac{dB_r}{dt} \frac{G}{g_n} = w \cdot 2,64 \frac{db}{dt} \frac{\text{nVs}}{g_n} \quad (19)$$

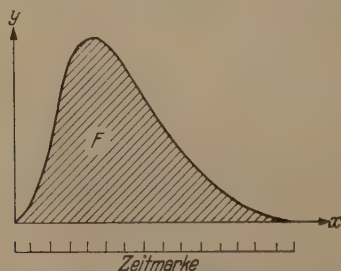


Abb. 7. Beschleunigungsoszillogramm zur Bestimmung der Geberempfindlichkeit.

#### 6. Zu erwartende Empfindlichkeit.

Wählt man die Integrationszeitkonstante hinreichend groß, so ist die Spannung am Integrationskondensator

$$u_C = \frac{1}{RC} \int u_w \cdot dt = \frac{w}{RC} \cdot 2,64 \frac{b}{g_n} \text{ nVs.} \quad (20)$$

Sie ist also von der Form

$$u_C = c_u \cdot \frac{w}{RC} \cdot \frac{b}{g_n} \quad (21)$$

Hierin ist  $c_u$  die Empfindlichkeit des Beschleunigungsmesserkernes und hat nach Gl. (20) den Wert

$$c_u = 2,64 \text{ nVs.} \quad (22)$$

Gl. (21) zeigt somit, daß die erreichbare Spannungsempfindlichkeit abhängt von der Windungszahl  $w$  der Spule und von der Zeitkonstanten  $RC$  des Integriergliedes.

#### 7. Geber-Eichung.

Um den Beschleunigungsmesser zu eichen und damit seine tatsächlich vorhandene Empfindlichkeit zu ermitteln, muß man ihn definierten Beschleunigungsstößen aussetzen. Diese ergeben sich am einfachsten beim Auftreffen einer freifallenden Kegelspitze auf Sand [4]. Der zu eichende Geber ist auf einem Fallkörper befestigt, der nach Abb. 5 im wesentlichen aus einer schweren, aus Zink gefertigten Kegelspitze besteht. Dieser Fallkegel ist während des Fallens zwischen 2 Stahlseilen lose geführt, wodurch ein Verkanten vermieden wird. Der Vergleich mit einer neben dem Kegel freifallenden Kugel ergab, daß auch der Kegel praktisch frei fällt.

Beim Auftreffen auf die Sandschicht wird die Geschwindigkeit auf einem Weg von wenigen Zentimetern abgebremst. Die dabei maximal auftretenden Verzögerungen betragen bei Fallhöhen von 12 m ungefähr das 250fache der Erdbeschleunigung.

Die vom Geber gelieferten Verzögerungskurven beginnen, wie Abb. 6 zeigt, mit einem parabolischen Anstieg und erreichen ihre Maximalwerte in um so kürzerer Zeit, je höher die Fallhöhe und damit die durch den Fall erreichte Auftreffgeschwindigkeit ist. Nach dem Maximum fällt die Verzögerung erst schnell und am Schluß langsamer ab, um dann ohne Vorzeichenwechsel zu verschwinden.

Von großer Wichtigkeit ist, daß Schwingungen, Sprünge und Spitzen in diesen Verzögerungskurven nicht auftreten und daher hohe Eigenfrequenzen des Fallkegels oder des Geberkernes nur in ganz geringem Maße angeregt werden.

Die Aufschlaggeschwindigkeit ergibt sich aus der Fallhöhe  $h$  und dem Normwert der Erdbeschleunigung  $g_n = 9,81 \text{ m/s}^2$  zu

$$v_0 = \sqrt{2g_n \cdot h} = 4,43 \cdot \sqrt{h} \text{ m/s.} \quad (23)$$

Zwischen dieser Aufschlaggeschwindigkeit und der den Fallkörper bis zur Ruhe abgebremsenden Aufschlagverzögerung  $b$  besteht die Beziehung

$$v_0 = \int_0^\infty b \cdot dt. \quad (24)$$

Mit einem Oszillographenverstärker und einem Schleifen- oder Kathodenstrahloszillographen werden die in Abb. 7 dargestellten Oszillogramme geschrieben. Ihre Ordinaten  $y$  sind der Beschleunigung  $b$  und ihre Abszissen der Zeit  $t$  proportional.

Es gilt also

$$\beta \cdot y = b; \quad \zeta \cdot x = t. \quad (25)$$

Der Beschleunigungsmaßstab des Oszillogrammes ist demnach  $1:\beta$ , sein Zeitmaßstab  $1:\zeta$ .



$\zeta$  ist durch das Mitschreiben einer Zeitmarke z. B. einer Stimmgabelschwingung bekannter Frequenz festgelegt,  $\beta$  jedoch ist gesucht.

Aus Gl. (24) und (25) ergibt sich

$$v_0 = \int_0^{\infty} \beta \cdot y \cdot \zeta \cdot dx = \beta \zeta \int_0^{\infty} y \cdot dx. \quad (26)$$

Das Planimetrieren des Oszillogramms ergibt

$$F = \int_0^{\infty} y \cdot dx. \quad (27)$$

Demnach wird die gesuchte Gerätekonstante

$$\beta = \frac{b}{y} = \frac{v_0}{\zeta F}. \quad (28)$$

Da diese Konstante geht die Empfindlichkeit  $y/i_2$  des Schleifensoszillographen und die Stromverstärkung  $1/u_G$  des Oszillographenverstärkers ein. Man eliminiert sie, indem man bildet

$$\frac{b}{u_G} = \frac{\beta \cdot y}{i_2} \cdot \frac{i_2}{u_G}. \quad (29)$$

Hiermit läßt sich nun mit Gl. (21) die Empfindlichkeit des Geberkernes ermitteln zu

$$c_u = \frac{1}{\frac{b}{u_G} \cdot \frac{w}{RC}} g_n = \frac{1}{\frac{w}{RC} \cdot \beta \cdot \frac{y}{i_2} \cdot \frac{i_2}{u_G}} g_n \quad (30)$$

oder mit Gl. (28)

$$c_u = \frac{\zeta \cdot F \cdot RC}{v_0 \cdot w \cdot \frac{y}{i_2} \cdot \frac{i_2}{u_G}} g_n. \quad (31)$$

## 8. Magnetische Störeffekte.

Hat man nun einen Geber frisch aufmagnetisiert und läßt man ihn zur Eichung, wie im vorigen Abschnitt beschrieben, herabfallen, so zeigt das mitgeschriebene Verzögerungsozillogramm entsprechend Kurve *a* in Abb. 8 nach einem positiven Ausschlag ein stark negatives Unterschwingen und geht erst mit der Zeitkonstanten des Integriergliedes auf den Wert Null zurück. Nach einigen Würfen unter denselben Bedingungen stellt sich nur noch der im Oszillogramm *b* aufgezeichnete positive Effekt ein, der den eigentlichen vorliegenden Verzögerungsvorgang wiedergibt. Die Abweichungen der ersten Aufzeichnungen vom wirklichen Verzögerungsverlauf sind darauf zurückzuführen, daß sich dem eigentlichen reversiblen Effekt, der zur Messung ausgenützt wird, noch einmalige irreversible Vorgänge überlagern. Bevor diese irreversible Effekte nicht sämtliche zur Auslösung gebracht worden sind, ist eine einwandfreie Messung nicht möglich. Nach dem Aufmagnetisieren muß also der Geber zuerst mechanisch dadurch gealtert werden, daß man ihn mehreren harten Beschleunigungsstößen aussetzt, die über der oberen Grenze des nachher beabsichtigten Meßbereiches liegen.

Der Nickelnkern des Beschleunigungsgebers ist bis zur Sättigung aufmagnetisiert und besitzt wegen seiner geringen Permeabilität ein verhältnismäßig starkes Streufeld in seiner nächsten Umgebung. Irgendwelche Eisenteile oder sonstigen ferromagnetischen Stoffe beeinflussen dieses Streufeld und können, wenn sie sich relativ zum Geber bewegen, die Messung verfälschen. Man muß deshalb dafür sorgen,

daß bei der Beschleunigungsmessung keine Eisenteile in der Nähe des Gebers sind, die sich relativ zu ihm bewegen. Diese Störanfälligkeit läßt sich dadurch unterdrücken, daß man eine magnetische Abschirmung des Gebers vorsieht, indem man ihn in einen Eisentopf setzt. Es ist zweckmäßig, diesen Abschirmtopf durch einen ausreichenden Luftspalt magnetisch vom Nickelpaket des Gebers zu entkoppeln, damit magnetostriktive Effekte, die auch im Eisentopf auftreten, nicht auf den Geberkreis übertragen werden können.

Einen weiteren störenden Einfluß übt das Erdfeld aus. Ändern die Geberachsen während der Beschleunigungsmessung den Winkel, den sie mit den Kraftlinien des Erdfeldes bilden, d. h. liegt eine Drehung des Gebers im Erdfeld vor, so wird infolge einer

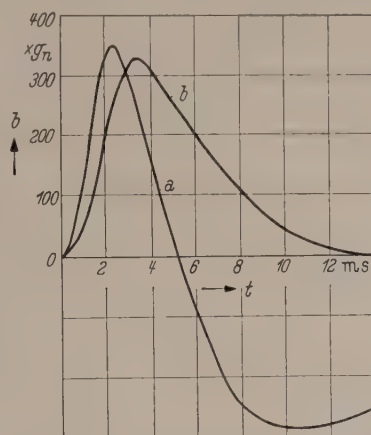


Abb. 8. Verzögerungsstoß. *a* Mit ungealtertem, *b* mit gealtertem Geber aufgenommen.

Flußänderung in der Geberspule eine Spannung induziert. Diese induzierte Spannung verfälscht die Beschleunigungsmessung deshalb, weil sie ja nicht von einer mechanischen Spannungsänderung im Nickelnkern herrührt. Nur bei Parallelbewegungen des Gebers in dem hier als homogen anzusehendem Erdfeld sind die Messungen unverfälscht.

Lassen sich Drehbewegungen des Gebers während der Messung nicht verhindern, so kann man diesen störenden Einfluß des Erdfeldes durch Änderung der Geberbauart vermeiden. Eine geschlossene U-Bauweise des Kernes mit astatisch angeordneter Wicklung schafft hier Abhilfe, da sich die durch eine Drehung im Erdfeld in beiden Spulen induzierten Spannungen gerade aufheben.

Bei der hier ausgeführten Geberbauart mit geschlossenem M-Kern und nur einer Spule kann der störende Einfluß des Erdfeldes ebenfalls durch einen geeigneten Abschirmtopf vermieden werden. Wie die Oszillogramme in Abb. 9 zeigen, können die Einflüsse des Erdfeldes schon mit einer magnetisch unzureichenden Abschirmung, wie sie ein einfaches Stahlgehäuse darstellt, sehr stark herabgesetzt werden. Die Drehachse wurde hier so gewählt, daß die Spule in bezug auf das Erdfeld einer maximalen Flußänderung ausgesetzt war. Zudem erfolgte die Drehung um 180°, stellt also einen bei Beschleunigungsmessungen praktisch nie vorkommenden Fall dar. Trotz dieser sehr ungünstigen Verhältnisse, ergibt sich aus den Oszillogrammen der Abb. 9, daß das aus St 50.11 mit einer Wandstärke von etwa



4 mm gefertigte Gebergehäuse, diesen störenden Einfluß des Erdfeldes schon weitgehend vermindert. Würde man für das Gebergehäuse einen Werkstoff hoher Permeabilität verwenden, so könnte der Erdfeldeinfluß praktisch ganz ausgeschaltet werden.

zylinder mechanisch so zu halten, daß bei Querschleunigung kein Biegemoment auf die Stege übertragen wird. Eine seitliche Passung des Geberkopfes in einem Hohlzylinder ist wertlos, da die mit dem magnetostriktiven Effekt verbundenen Längen-

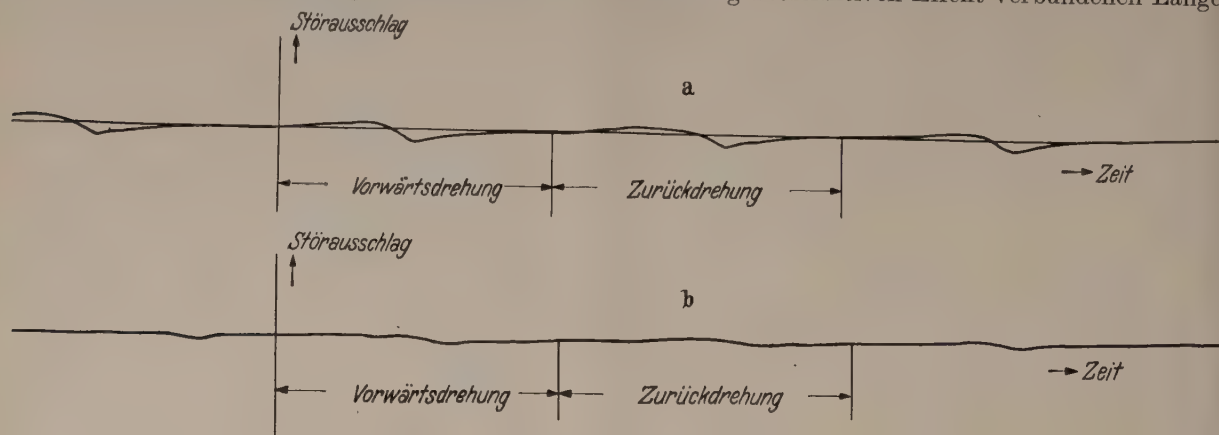


Abb. 9a u. b. Auswirkung einer magnetischen Abschirmung des Gebers gegenüber dem Störeinfluß des Erdfeldes bei Drehung. a Geber ohne Gehäuse; b Geber im Gehäuse. Drehung um  $180^\circ$  im Erdfeld.

### 9. Der Geber bei Querbeschleunigungen.

Der magnetostriktive Effekt, der bei vorliegendem Geber zur Beschleunigungsmessung ausgenutzt wird, tritt in den Stegen des Nickelkernes nur dann auf, wenn diese auf Zug oder Druck beansprucht werden. Der obere Quersteg wirkt dabei neben dem zusätzlichen Messingzylinder als Masse, die die Beschleunigung in Kraft auf die Längsstege des Gebers umsetzt. Wirken nun auf den Geber Querbeschleunigungen, so werden diese Längsstege auf Biegung beansprucht. An und für sich heben sich bei diesen Durchbiegungen die Zug- und Druckspannungen

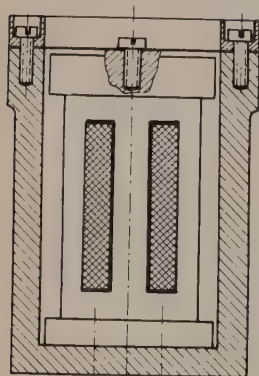


Abb. 10. Geberhalterung mit Membran.

über den Stegquerschnitt gesehen gerade auf und es dürfte nach außen kein magnetostriktiver Störeffekt in Erscheinung treten. Bei den großen Biegemomenten

änderungen bzw. Durchbiegungen bei den hier zur Eichung benützten Beschleunigungen die Größenordnung  $3 \cdot 10^{-3}$  mm haben.

Als zweckentsprechendste Lösung wurde daher die in Abb. 10 dargestellte Konstruktion des Beschleunigungsgebers mit Stütztopf und Membranhaltung gewählt. Eine kreisförmige Membranscheibe aus Federstahl ist außen fest mit dem Rand des Stütztopfes und in der Mitte mit dem als Zusatzmasse dienenden oberen Messingzylinder verschraubt.

Diese Membranhaltung ist in Richtung der Geberlängsachse sehr weich, ergibt also bei den minimalen Längenänderungen des Geberkerns keinerlei Verfälschung des Meßvorgangs. Querkraften gegenüber ist diese Membranhaltung jedoch sehr steif und daher bestens geeignet bei Querbeschleunigungen die oben erwähnten Biegemomente von den Geberstegen abzuhalten.

Abb. 11 zeigt nun Beschleunigungsoszillogramme von senkrecht und quergestelltem Geber, wie sie in der früher beschriebenen Fallvorrichtung aufgenommen wurden. Obwohl bei der Querbeschleunigung die beiden Extremfälle vorliegen, zeigt sich, daß bei

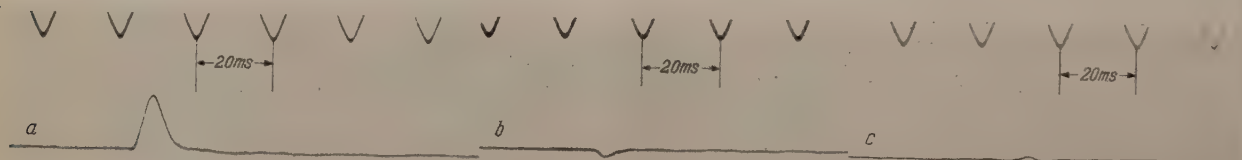


Abb. 11a-c. Eichoszillogramme. Fall aus  $h = 10,5$  m auf festgestampften Sand. a Geber senkrecht; b Geber quer gestellt, Blechebene senkrecht; c Geber quer gestellt, Blechebene waagrecht.

jedoch, die der Geberkopf mit seiner Zusatzmasse über die verhältnismäßig langen Stege ausüben kann, können aber die Biegebeanspruchungen so stark werden, daß die in der gedrückten Faser auftretenden Druckspannungen in das Gebiet der magnetischen Sättigung hineinreichen. In diesem Fall wird dann das Gleichgewicht gestört und in der Wicklung eine negative Spannung induziert.

Um solche Querbeschleunigungen vom Geber abzuhalten, ergibt sich die Forderung, den Messing-

der gewählten Bauart der Geber praktisch unempfindlich gegen Querbeanspruchungen ist und nur die in die Geberachse fallende Beschleunigungskomponente mißt.

### 10. Alterung.

Ist nun der Beschleunigungsgeber mit seinem Stütztopf fertig zusammengebaut und frisch aufmagnetisiert, so muß er der erwähnten magnetischen Alterung unterworfen werden. Zu diesem Zweck läßt man ihn in der beschriebenen Fallvorrichtung



nige Male auf einen ziemlich festen Untergrund, beispielsweise auf Blei fallen und unterzieht ihn so mehreren harten Beschleunigungsstößen. Die Spitzen solcher Stöße liegen etwa bei 1000—1200  $g_n$ . Dadurch werden sämtliche irreversiblen Effekte zur Auslösung gebracht. Diese Alterung darf aber nicht nur in der Längsachse vorgenommen werden, sondern muß auch quer dazu erfolgen. Zur Durchführung der Queralterung wird der Geber mit dem Stütztopf waagrecht auf den Fallkörper gespannt, und zwar so, daß die Schichten des Nickelkerns einmal parallel und dann senkrecht zur Beschleunigungsrichtung liegen. Ist der Geber auf diese Weise in seinen Hauptachsen gealtert, so ist er bereit zum Einsatz.

### 11. Entzerrung der Oszillogramme.

Wie schon früher wiederholt erwähnt wurde, ist die vom Geber gelieferte Spannung dem Ruck proportional und muß zur Aufzeichnung der Beschleunigung integriert werden. Dies geschieht auf elektrischem Wege über ein  $RC$ -Glied. Da das Integrierglied nun aber immer eine endliche Zeitkonstante aufweist, macht man bei der Integration einen Fehler, der nur dann vernachlässigt werden kann, wenn die Zeitkonstante  $RC$  sehr groß ist gegenüber der Dauer des aufzunehmenden Meßvorganges.

Nach Gl. (21) ist eine Vergrößerung der Zeitkonstanten aber nur möglich auf Kosten der Geberempfindlichkeit. Um trotzdem hohe Geberempfindlichkeit beizubehalten, wird bewußt ein falsches Oszillogramm geschrieben, das man dann nachträglich auf graphischem Wege entzerzt; wie man bei dem nach einer  $e$ -Funktion erfolgenden Einschwingen des  $RC$ -Gliedes praktisch die Entzerrung durchführt, sei im folgenden kurz erläutert.

Abb. 12 zeigt das verzerrte Originaloszillogramm eines Beschleunigungsvorganges

$$y^* = f(x)$$

das proportional der Verstärkereingangsspannung  $u_y^*$  ist. Dabei ist nach Gl. (25) der Zeitmaßstab durch das Mitschreiben einer Zeitmarke gegeben zu  $\xi = t/x$ . Nach Abb. 13 ist dann die unverzerzte Geberspannung

$$u = u_R + u_{y^*} = i \cdot R + u_{y^*}$$

mit  $i = C \frac{du_{y^*}}{dt}$  wird

$$u = RC \frac{du_{y^*}}{dt} + u_{y^*}$$

oder

$$\int u \cdot dt = RC u_{y^*} + \int u_{y^*} \cdot dt,$$

$$\frac{1}{RC} \int u \cdot dt = u_{y^*} + \frac{1}{RC} \int u_{y^*} \cdot dt.$$

Daraus folgt für das unverzerzte Oszillogramm, wie es mit idealem Integrierglied geschrieben würde:

$$y = y^* + \frac{\xi}{RC} \int y^* \cdot dx. \quad (32)$$

Man muß also das Integral über das zu entzerrende Oszillogramm bilden und seine jeweiligen Ordinaten mit dem Zeitmaßstab multiplizieren und der Zeitkonstanten des Integriergliedes dividieren. Die dadurch erhaltene Größe, die die Dimension einer Länge hat, muß nun zu der entsprechenden Ordinate des

aufgenommenen Oszillogramms addiert werden. Auf diese Weise ergibt sich dann der wirkliche Beschleunigungsverlauf.

Die laufende Auswertung vieler Oszillogramme hat ergeben, daß sich ohne weiteres eine Entzerrung auch dann noch mit großer Genauigkeit durchführen läßt,

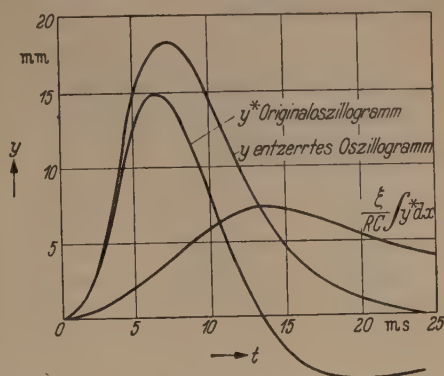


Abb. 12. Entzerrung eines Beschleunigungsozillogramms.

wenn die Vorgangsdauer noch doppelt so groß ist als die Zeitkonstante des Integriergliedes.

Die etwas zeitraubende Arbeit der Entzerrung der aufgenommenen Oszillogramme läßt sich umgehen,

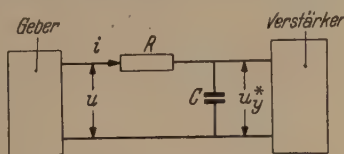


Abb. 13. Integrierschaltung.

wenn ein entzerrender Verstärker zur Verfügung steht, der den Einfluß der Integrierglied-Zeitkonstanten kompensiert und somit unmittelbar ein Oszillogramm des wahren Beschleunigungsverlaufes aufzeichnet [5].

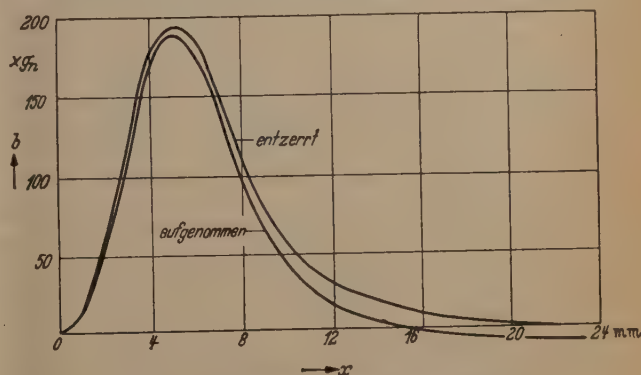


Abb. 14. Auswertung des Eichoszillogramms.

### 14. Empfindlichkeit des Gebers.

Zur Eichung des Gebers wurde ein Fallversuch aus 10,5 m Höhe durchgeführt. Es wurde dabei das in Abb. 14 gezeigte Oszillogramm aufgenommen.

Die Zeitkonstante des Integriergliedes betrug dabei  $\tau = RC = 94$  ms die mitgeschriebene Zeitmarke hatte eine Frequenz  $f = 50,5$  Hz. Nach Gl. (25) ergab sich damit ein Zeitmaßstab  $\xi = t/x = 1,083$  ms/mm. Die ausgewertete entzerzte Oszillogrammfläche ergab  $F = 94,27$  mm<sup>2</sup>. Die Geschwindigkeit beim Aufprall aus 10,5 m Höhe ist

$$v_0 = \sqrt{2 g_n \cdot h} = 14,3 \text{ m/s.}$$



Mit diesen Werten folgt aus Gl. (28) der Beschleunigungsmaßstab zu

$$\beta = \frac{b}{y} = \frac{v_0}{\zeta \cdot F} \approx 14 g_n / \text{mm}.$$

Aus dem Diagramm ergibt sich damit die größte auftretende Verzögerung zu

$$b_{\max} = y_{\max} \cdot \beta = 194,5 \cdot g_n.$$

Mit Gl. (20) und der Spulenwindungszahl  $w = 19000$  wäre nach den theoretischen Annahmen eine Sollspannung zu erwarten von

$$u_C = \frac{w}{RC} \cdot 2,64 \frac{b}{g_n} = 104 \text{ mV}.$$

Mit der eingestellten Verstärkung hätte sich nach der Theorie ein Größtausschlag von 26,2 mm ergeben sollen gegenüber einem gemessenen Größtausschlag von 13,9 mm.

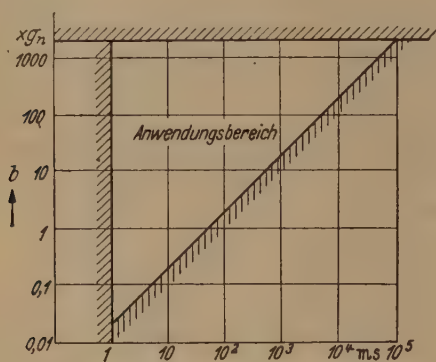


Abb. 15. Anwendungsbereich des magnetostriktiven Gebers.

Die tatsächlich vorhandene Geberempfindlichkeit beträgt daher nur 53% der theoretisch errechneten. Sie stimmt also mit der theoretischen der Größenordnung nach überein. Berücksichtigt man die Empfindlichkeitsänderung, die beim Altern des Gebers auftritt und vor allem, daß die beiden von der Spule nicht umschlossenen magnetostraktiv aktiven Längsstege durch ihre Streufelder zur Verminderung der induzierten Spannung Anlaß geben, so kann die Übereinstimmung mit der Theorie, die sich zudem vorwiegend auf Annahmen stützen mußte, als durchaus befriedigend bezeichnet werden.

Liegt der Geber und damit seine Windungszahl fest, so ist nach Gl. (20) seine Spannungsempfindlichkeit noch von der zulässigen Zeitkonstanten des Integriergliedes und damit von der Dauer des Beschleunigungsvorganges, der aufgenommen werden soll, abhängig. Es läßt sich daher über Zeit und Beschleunigungen ein Meßbereich eingrenzen, innerhalb dessen dieser hier beschriebene Beschleunigungsmesser verwendet werden kann. Nach hohen Beschleunigungen hin sind seine Grenzen festgelegt durch seine mechanische Festigkeit und die Linearität der Anzeige. Es könnten jedoch durch Verminderung oder gar Weglassen der Zusatzmasse mit diesem Geber im Bedarfsfall, wie bereits früher gezeigt wurde, noch Beschleunigungen bis 4500  $g_n$  gemessen werden, wobei jeweils die die obere Meßgrenze bestimmenden inneren Spannungen des hier verwendeten Ni-Blechtes sogar nur bis zur Hälfte in Anspruch genommen sind. Nimmt man eine Mindestspannung von 1 mV am Integrierkondensator an, die noch gut

zu einem auswertbaren Oszillogramm verstärkt werden kann und eine Impulsdauer von der Größe der Zeitkonstanten des Integriergliedes, so ergibt sich zwischen der unteren Grenze des Beschleunigungsbereiches und der Zeitdauer des Vorganges aus Gl. (20) die Beziehung:

$$b = \frac{u_C \cdot \tau}{w \cdot c_u} = \frac{10^{-3} \text{ V}}{19000 \cdot 2,64 \cdot 10^{-9} \frac{\text{Vs}}{g_n}} \cdot \tau = 19,9 \cdot \frac{\tau}{s} \cdot g_n. \quad (33)$$

Aus den mit obiger Gleichung festgelegten Grenzen läßt sich ein Diagramm des Meßbereiches aufzeichnen, wie es in Abb. 15 dargestellt ist. Man ersieht daraus, in welchen weiten Grenzen der magnetostriktive Beschleunigungsmesser verwendbar ist, unter der Voraussetzung, daß man sich mit der Zeitkonstanten des Integriergliedes an die Dauer des jeweils aufzunehmenden Vorganges anpaßt.

Um einen Anhaltspunkt zu erhalten, bis zu welchen Frequenzen mit dem Geber noch gemessen werden kann, wurde unter Voraussetzung einiger vereinfachender Annahmen die Eigenfrequenz der in Längsrichtung schwingenden Geberstege berechnet. Sie liegt bei etwa 14 kHz. Daraus folgt, daß Vorgänge bis herab auf 1 ms Dauer noch einwandfrei gemessen werden können.

Das Anwendungsgebiet des beschriebenen Gebers beschränkt sich nicht nur auf das Messen von Beschleunigungen, Erschütterungen usw., sondern es lassen sich mit ihm durch geringfügige Änderungen Gas- und Flüssigkeitsdruckmessungen aller Art durchführen, z. B. Indizieren von Verbrennungsmotoren, Aufzeichnen von Wasserschlägen in Dampfleitungen usw. Da der Geber einen relativ geringen Innenwiderstand besitzt, spielt die Kapazität und damit die Länge der Zuleitung zum Integrierglied und Verstärker im Gegensatz zum Quarzgeber hier keine Rolle. Ein weiterer Vorteil ist die einfache Herstellung des magnetostriktiven Gebers und seine Unempfindlichkeit gegenüber Überbeanspruchungen. Eine Abnahme der Geberempfindlichkeit im Lauf der Zeit konnte nicht festgestellt werden.

#### Zusammenfassung.

Es wird ein Geber beschrieben, der den magnetostriktiven Effekt zur Messung von Beschleunigungen ausnützt. Die auf allgemeine Annahmen sich stützende Berechnung der theoretischen Empfindlichkeit wird angegeben. Durch Eichung des ausgeführten Gebers in Fallversuchen wird die tatsächliche Empfindlichkeit ermittelt. Die Übereinstimmung mit der Theorie ist befriedigend.

Der Meßbereich des beschriebenen Gebers, der sich durch einfache Änderungen der Zusatzmasse noch in weiten Grenzen verschieben läßt, zeigt, daß diesem Beschleunigungsmesser ein sehr großes Anwendungsgebiet offensteht.

Herr Prof. FELDTKELLER hat uns für die Entwicklung des Gebers wertvolle Anregungen gegeben. Es ist uns ein Bedürfnis, ihm dafür an dieser Stelle herzlich zu danken.

**Literatur.** [1] KERSTEN, M.: Z. Phys. 71, 558 (1931). — [2] KERSTEN, M.: Z. Phys. 82, 726 (1933). — [3] KERSTEN, M.: Beiträge zur Ballistik, S. 191. Leipzig 1938. — [4] FELDTKELLER u. WILDE: Frequenz 3, 29 (1949). — GRAMMEL: Ing. Arch. (im Druck). — [5] GAUGER, R.: Diss. T. H. Stuttgart 1948.

HANS WILDE, (14a) Stuttgart, Techn. Hochschule.



## Theorie des gesteuerten Quecksilberniederdruckbogens.

Von ALBERT HAUG, München.

Mit 4 Textabbildungen.

(Eingegangen am 16. November 1948.)

## Einleitung.

Wie in einer früheren Arbeit [1] gezeigt wurde, nimmt man zu einer befriedigenden Deutung der Bogensteuerung — und zwar sowohl für den gesteuerten Bogen mit positiver, wie für den mit negativer Strom-Spannungs-Charakteristik — auf folgende Weise: Schaltet man den Kathodenfall, der mit der Steuerung an sich nichts zu tun hat, dadurch aus, daß man als Elektronenquelle für den gesteuerten Bogen einen Hilfsbogen benützt, so daß also die Grenzfläche zwischen diesen beiden die Rolle der Kathode des gesteuerten Bogens übernimmt, so verbleiben für die Betrachtung noch folgende drei Gebiete: das kathodische Plasma (k.Pl.), die Gitterschicht (G.Sch.) und das anodische Plasma (a.Pl.). Von Interesse ist für die Steuerung in erster Linie die G.Sch. maßgebend. Darunter versteht man jene Schicht, in der die Quasineutralität durch das Gitter und das angelegte Potential stark gestört ist, die meist als Dunkelraum direkt sichtbar ist und nicht symmetrisch zum Gitter, sondern etwas gegen die Anode zu verschoben liegt und in der die gesamte Brennspannungserhöhung abfällt. Das entstehende Gitterfeld bildet primär die Ursache aller Steuereffekte, insbesondere also der Änderung des Bogenstromes und der Brennspannung. Man erhält eine zwanglose Erklärung dieser Verhältnisse, wenn man dem Gitter — analog wie beim Hochvakuumrohr — ein Effektivpotential zuschreibt, das sich allerdings nicht in einfacher Weise aus der geometrischen Anordnung errechnen läßt.

Auf Grund dieser Auffassung soll nun im folgenden eine theoretische Erfassung des gesteuerten Bogens versucht werden, die auf möglichst allgemein für den Bogen gültigen Grundgleichungen beruht. Bisher befaßte man sich meist nur mit dem Gitter selbst und zog dazu die Sondentheorie heran. Eine derartige Auffassung ist jedoch für eine tiefergehende Betrachtung nicht zu rechtfertigen: 1. Weil nicht der Gitterstrom, sondern der das Gitter durchfließende Strom für die Steuerung von Bedeutung ist und man es somit mit einem bipolaren, bei der Sonde dagegen mit einem unipolaren Strom zu tun hat. 2. Weil das Gitter den Bogen möglichst stark, die Sonde dagegen möglichst wenig beeinflussen soll. Auch die Heranziehung der von LANGMUIR [2] entwickelten Theorie der Doppelschicht bei FETZ [3] und BULLINGER [4], führt, prinzipiell gesehen, nicht viel weiter, da sie in beiden Fällen zu sehr den Charakter einer ad hoc Annahme für die G.Sch., bei FETZ sogar nur für ein Teilgebiet derselben, trägt. Eine Erweiterung der SCHOTTKYSchen Theorie der Diffusionssäule [5] ist ebenso wenig möglich. Denn diese beschreibt im wesentlichen nur die radialen Effekte und kann keine Beziehung zwischen Strom und Längsfeldstärke herstellen. Was aber beim gesteuerten Bogen in erster Linie interessiert, ist eine theoretische Deutung der Brennspannungserhöhung

einschließlich ihres Zusammenhangs mit der Stromänderung (Bogencharakteristik!) und der Zusammendrängung des Potentialgefälles auf die G.Sch., also überhaupt des Verlaufs der Spannung im Bogen. Auch die an die SCHOTTKYSchen Betrachtungen anschließende Berechnung der Längsfeldstärke bei ENGEL-STEENBECK [6] kann hier nicht weiterhelfen, da sie auf der Randbedingung basiert, daß die Trägerdichte an den Wänden gleich Null ist. Diese ist jedoch nur für sehr hohe Trägerdichten berechtigt, nicht aber bei den üblichen Plasmen (FETZ [7]). SCHUMANN [8] verwendet den SCHOTTKYSchen Ansatz der Quasineutralität als erste Näherung auch für die G.Sch. und kann daraus interessante Folgerungen über die Dichte- und Potentialverhältnisse in dieser Schicht herleiten. Eine vollständige und einheitliche Deutung des gesamten Spannungsverlaufs folgt aber aus keiner der erwähnten Arbeiten.

## 1. Die Grundgleichungen.

Wie in den Arbeiten von SCHOTTKY [5] und SCHUMANN [8] seien auch hier als Ausgangspunkt die Gleichungen für einen bipolaren Strom unter dem Einfluß von Konvektion und Diffusion und die Poissonsche Raumladungsgleichung gewählt. Ebenso findet der Ansatz der

Quasineutralität Verwendung, aber nur für das Plasma selbst, während er für die G.Sch. durch einen anderen Ansatz ersetzt wird, der eine Integration des Gleichungssystems gestattet und der im wesentlichen auf die Theorie der Doppelschicht [2] — nun aber als Folge allgemein gültiger Ausgangsgleichungen — hinausläuft. Dabei sei ein ebenes Elektrodensystem in einem zylindrischen Entladungsröhre zugrunde gelegt (Abb. 1). Dementsprechend werden Zylinderkoordinaten  $r, \varphi, z$  eingeführt, wobei wir  $z$  ebenso wie die Spannung  $U$  von der Kathode aus positiv zählen. Nun spielt der Winkel  $\varphi$  aus Symmetriegründen sicher keine Rolle. Da wir uns außerdem, wie bereits erwähnt, in erster Linie für die Deutung der Spannungsverhältnisse interessieren, können wir auch von der Abhängigkeit von der radialen Variablen  $r$  absehen. Denn alle wesentlichen Potentialunterschiede treten beim gesteuerten Bogen in axialer Richtung auf und überwiegen die radialen bei weitem. Darüber hinaus sind Wandeffekte sicher ohne Bedeutung, solange wir im Bereich der positiven Charakteristik bleiben [1]. Eine derartige Begrenzung wird sich aber auch noch an anderer Stelle als notwendig erweisen. Deshalb kann man sich im folgenden auf die Verhältnisse in der Rohrachse (bzw. deren nächster Umgebung) beschränken. Die Gleichungen für einen bipolaren Strom unter dem Einfluß von

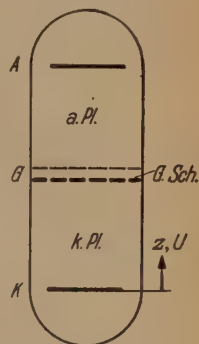


Abb. 1.



Konvektion und Diffusion lauten dann:

$$\left. \begin{aligned} i_p &= p v_p + D_p \frac{dp}{dz} \\ i_n &= n v_n - D_n \frac{dn}{dz} \\ i &= i_p + i_n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} i_p, i_n &= \text{Stromdichte} \\ p, n &= \text{Raumladungsdichte} \\ v_p, v_n &= \text{Geschwindigkeit} \\ D_p, D_n &= \text{Diffusionskoeffizient} \\ i &= \text{Gesamtstromdichte} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{der Ionen} \\ \text{bzw. Elektronen.} \end{array}$$

(Zur Vorzeichenfrage siehe weiter unten!)

Dazu kommt die Raumladungsgleichung. Unter den genannten Voraussetzungen lautet diese:

$$\varepsilon \frac{dE}{dz} = n - p \quad (\varepsilon = \text{Dielektrizitätskonstante}). \quad (2)$$

Und schließlich seien Feldstärke  $E$  und Spannung  $U$  durch folgende Beziehung verbunden:

$$E = \frac{dU}{dz}. \quad (3)$$

Die an sich vektoriellen Größen — Feldstärke, Strom und Geschwindigkeit —, die sich erst infolge unserer Voraussetzungen auf ihre  $z$ -Komponenten reduzieren und somit durch Skalare dargestellt werden können, sind dabei aus Zweckmäßigkeitsgründen so eingeführt, daß Geschwindigkeit und Strom bei den Elektronen positiv sind, wenn sich diese in Richtung wachsender  $z$  bewegen, bei den Ionen dagegen, wenn sie sich in Richtung abnehmender  $z$  bewegen. Die Feldstärke ist positiv, wenn der Feldstärkevektor von der Anode zur Kathode (d. h. im Sinne abnehmender  $z$ ) zeigt. Dabei gelten die Gl. (1) und (3) ganz allgemein für die  $z$ -Komponenten der eigentlich vektoriellen Größen. Für die Gl. (2) ist dagegen die Voraussetzung wichtig, daß wir uns in der Rohrachse bzw. deren nächster Umgebung befinden, da dort aus Symmetriegründen nicht nur  $\partial E_\varphi / \partial \varphi = 0$ , sondern auch  $\partial E_r / \partial r = 0$  ist.

Der gesamte Entladungsraum sei nun in die drei erwähnten Abschnitte eingeteilt: Das kathodische Plasma, die Gitterschicht und das anodische Plasma, die im folgenden einzeln behandelt werden sollen.

## 2. Das kathodische Plasma.

Das k. Pl. unterscheidet sich in keiner Weise vom Plasma eines ungesteuerten Bogens. Wir führen deshalb erstens in Gl. (1) den üblichen Beweglichkeitsansatz

$$v_p = l_p E, \quad v_n = l_n E \quad (l_p, l_n = \text{Beweglichkeiten})$$

ein (wobei die längs einer freien Weglänge aus dem Felde aufgenommene Energie klein gegenüber der thermischen sein soll) und zweitens den Ansatz der Quasineutralität. In aller Strenge lautet dieser  $|p - n| \ll p$ , wobei in Anbetracht der hohen Trägerdichten im Plasma keineswegs  $p = n$  sein muß. In die Gl. (1) eingeführt, wirkt er sich allerdings ein-

fach dahin aus, daß man  $n$  durch  $p$  ersetzt:

$$\left. \begin{aligned} i_p &= p l_p E + D_p \frac{dp}{dz} \\ i_n &= p l_n E - D_n \frac{dp}{dz} \\ i &= p E (l_p + l_n) - (D_n - D_p) \frac{dp}{dz}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$E = \frac{i}{p(l_p + l_n)} + \frac{D_n - D_p}{l_p + l_n} \frac{1}{p} \frac{dp}{dz}, \quad (5)$$

$$U = \int_0^z E dz = \int_0^z \frac{i}{p(l_p + l_n)} dz + \frac{D_n - D_p}{l_p + l_n} \ln \frac{p_z}{p_0}, \quad (6)$$

da wir den Nullpunkt der Spannung an die Kathode ( $z = 0$ ) gelegt haben. Im ungestörten Plasma ist nun — in genügender Entfernung von den Elektroden — die Raumladungsdichte in axialer Richtung  $p = p_K = \text{const}$ , wie Sondenmessungen von WEHNER [9] neuerdings beweisen. Damit ergibt sich:

$$E_K = \frac{i}{p_K(l_p + l_n)}, \quad U_K = \frac{i}{p_K(l_p + l_n)} d_K, \quad (7)$$

$$i_p = i \frac{l_p}{l_p + l_n}, \quad i_n = i \frac{l_n}{l_p + l_n}, \quad \frac{i_n}{i_p} = \frac{l_n}{l_p}, \quad (8)$$

wenn der Index  $K$  das ungestörte k. Pl. und  $d_K$  dessen Dicke bezeichnet. Die Feldstärke im k. Pl. ergibt sich somit — in Übereinstimmung mit der Erfahrung — als konstant. Dies besagt mehr, als aus dem Ansatz der Quasineutralität und Gl. (2) folgen würde, steht jedoch damit völlig im Einklang.

Nun ist:

$$\frac{l_p}{l_n} = \frac{\lambda_p}{\lambda_n} \sqrt{\frac{T_n}{T_p}} \sqrt{\frac{m_n}{m_p}}$$

(siehe z. B. ENGEL-STEENBECK [10])

$$\left. \begin{aligned} \lambda_p, \lambda_n &= \text{freie Weglänge} \\ m_p, m_n &= \text{Masse} \\ T_p, T_n &= \text{Temperatur} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{der Ionen} \\ \text{bzw. Elektronen.} \end{array}$$

Da bei Hg-Dampf  $\sqrt{m_p/m_n} = 600$ , während nach den gaskinetischen Gesetzen  $\lambda_p/\lambda_n = 1/4$  ist und für  $\sqrt{T_n/T_p}$  schätzungsweise Werte von 2 bis 4 zu erwarten sind (7); wird:

$$\frac{l_p}{l_n} \approx \sqrt{\frac{m_n}{m_p}} = \frac{1}{600}.$$

Somit vereinfachen sich die Gl. (7) und (8):

$$E_K \approx \frac{i}{p_K l_n}, \quad U_K \approx \frac{i}{p_K l_n} d_K, \quad (9)$$

$$\frac{i_n}{i_p} \approx \sqrt{\frac{m_p}{m_n}}. \quad (10)$$

Diese Gleichungen geben somit Feldstärke und Spannung im k. Pl.

## 3. Die Gitterschicht.

Die Gitterschicht ist durch ihr gegenüber dem Plasma stark verändertes Potentialfeld gekennzeichnet. Der Wirkung dieses Potentialfeldes trugen wir durch die Annahme eines Gittereffektivpotentials [1] Rechnung. Da dieses Effektivpotential in allen praktisch wichtigen Fällen negativ gegenüber den



potential des k.Pl. ist, stellt es ein Potentialminimum dar, da ja im übrigen in der G.Sch. ein starker Potentialanstieg stattfindet. Diese Potentialverhältnisse bedingen die Art der auftretenden Ströme: Vom k.Pl. ein Elektronenstrom derjenigen Elektronen, die gegen dieses Effektivpotential anströmen können, vom a.Pl. ein Ionenstrom aller Ionen, die die Grenzfläche G.Sch. — a.Pl. erreichen. Diese Grenzfläche kann dabei (in der Nähe der Rohrachse) exakt und auch darüber hinaus in erster Näherung als eine Ebene parallel zu den Elektroden angesehen werden und eine gleiche vereinfachende Annahme gestattet auf der kathodischen Seite die Einführung des Effektivpotentials. Nunmehr bleibt die Frage zu klären, wie die experimentellen Ergebnisse in der G.Sch., insbesondere der starke Potentialanstieg, aus unseren allgemeinen Ausgangsgleichungen folgen. Bisher war notwendige Voraussetzung der Ansatz der Quasineutralität. Dieser trifft für die G. Sch. sicher noch nicht mehr näherungsweise zu. Um trotzdem eine Integration der Ausgangsgleichungen (1), (2), (3) zu kommen, bleibt zunächst nichts übrig als die Diffusionsglieder zu vernachlässigen. Dies erscheint umso mehr berechtigt, als die Dicke der Grenzschicht  $s$  wohl in allen Fällen wesentlich kleiner als die freie Weglänge  $\lambda$  der Träger ist, so daß die Voraussetzungen für die Verwendung der Diffusionsglieder sich schon fehlen. Auf jeden Fall wird ihr Einfluß gegenüber den hier auftretenden hohen Feldstärken bedeutungslos sein. Die Ausgangsgleichungen (1), (2), (3) nehmen damit folgende Form an:

$$\left. \begin{aligned} i_p &= p v_p, & i_n &= n v_n, & i &= i_p + i_n, \\ \varepsilon \frac{d^2 U}{dz^2} &= \varepsilon \frac{dE}{dz} = n - p. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Die Raumladungsgleichung in der angegebenen Gestalt gilt dabei nicht mehr allein in der Rohrachse, sondern auch sonst mit ausreichender Näherung, da in der G.Sch. die radiale Komponente der Feldstärke gegenüber der axialen sicher vernachlässigbar ist. Dann  $s \ll \lambda$ , somit innerhalb  $s$  einerseits keine Stöße stattfinden werden, andererseits die Feldstärke stark veränderlich sein wird, läßt sich jetzt auch der einfache Bewegungsansatz nicht mehr aufrecht erhalten. Vielmehr muß er durch die Gleichungen für den freien Fall ersetzt werden:

$$v_n = \sqrt{\frac{2e}{m_n}} \sqrt{U}, \quad v_p = \sqrt{\frac{2e}{m_p}} \sqrt{U_s - U} \quad (12)$$

( $e$  = Elementarladung).

ist dabei die Spannung an der Grenze G.Sch. — a.Pl. ( $z = d_K + s$ ).

Die so gewonnenen Gl. (11), (12) sind identisch mit den Ausgangsgleichungen für die Doppelschicht. Nach LANGMUIR [2] ergibt sich:

$$\varepsilon \frac{d^2 U}{dz^2} = i_n \sqrt{\frac{m_n}{2e}} \left( \frac{1}{\sqrt{U}} - \frac{\alpha}{\sqrt{U_s - U}} \right), \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dU}{dz} &= 2 \sqrt{\frac{i_n}{\varepsilon}} \sqrt{\frac{m_n}{2e}} \left\{ \sqrt{U + \alpha(\sqrt{U_s - U} - \sqrt{U_s})} \right. \\ &= \frac{4}{3} \sqrt{\frac{i_n}{i_0}} \sqrt{\frac{U_s^3}{s}} \left\{ \sqrt{U + \alpha(\sqrt{U_s - U} - \sqrt{U_s})} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

wobei

$$\alpha = \frac{i_p}{i_n} \sqrt{\frac{m_p}{m_n}} \quad (15)$$

das Verhältnis des „reduzierten“ Ionenstroms  $i_p \sqrt{m_p/m_n}$  zum Elektronenstrom und

$$i_0 = \frac{4}{9} \varepsilon \sqrt{\frac{2e}{m_n}} \frac{U_s^{\frac{3}{2}}}{s^{\frac{3}{2}}}$$

der normale Raumladungsstrom für Elektronen allein (unipolarer Strom) ist. Der Integration lag dabei folgende Randbedingung zugrunde: Es gibt eine Stelle  $z$ , an der sowohl  $U = 0$  wie auch  $dU/dz = 0$  ist. Eine solche Stelle ist aber das Potentialminimum, da ja der Nullpunkt der Spannung beliebig festgelegt werden kann. Da die Stelle andererseits die Grenze der G.Sch. gegen das k.Pl. darstellt, ist dort  $z = d_K$ .

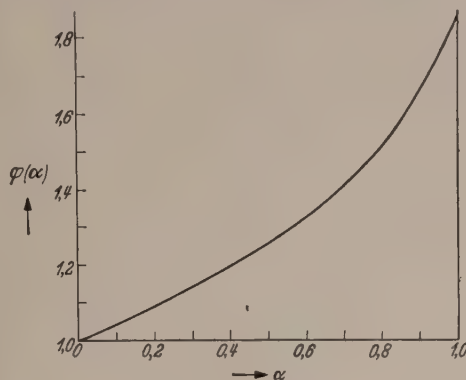


Abb. 2. Funktion  $\varphi(\alpha) = i_n/i_0$ .

(Wir haben zwar bereits an der Kathode  $U = 0$  gesetzt, werden jedoch später sehen, daß diese beiden Festlegungen durchaus miteinander vereinbar sind.)

Die numerische Integration der Gl. (14) ergibt nach LANGMUIR:

$$i_n = \varphi(\alpha) i_0 = \varphi(\alpha) \frac{4}{9} \varepsilon \sqrt{\frac{2e}{m_n}} \frac{U_s^{\frac{3}{2}}}{s^{\frac{3}{2}}}, \quad (16)$$

$$U_s = \varphi(\alpha)^{-\frac{2}{3}} \left( \frac{1}{\varepsilon} \frac{9}{4} \sqrt{\frac{m_n}{2e}} i_n^{\frac{2}{3}} s^{\frac{2}{3}} \right). \quad (17)$$

Die Funktion  $\varphi(\alpha)$  ist in Abb. 2 dargestellt.

Wir wollen noch speziell die Feldstärke an der Grenze G.Sch. — a.Pl. bestimmen, die ja durch keine Randbedingung festgelegt wurde. Dort ist  $U = U_s$ , somit nach Gl. (14) und (16):

$$\left( \frac{dU}{dz} \right)_{U_s} = \frac{4}{3} \frac{U_s}{s} \sqrt{\varphi(\alpha) (1 - \alpha)}, \quad (18)$$

somit  $\alpha \leq 1$ .

Auch sie ist wie alle übrigen Ergebnisse von der Größe  $\alpha$  abhängig, die bisher noch unbestimmt blieb. Zuzufolge Gl. (15) muß sich nun  $\alpha$  errechnen lassen aus dem Ioneneinstrom vom a.Pl. und aus dem Elektroneneinstrom vom k.Pl. Dazu sei eine kurze allgemeine Bemerkung vorausgeschickt: Alle bisherigen Stromdichten waren resultierende Stromdichten, d. h. — wenn man nur eine Trägersorte betrachtet — die Differenz der Beiträge der in der positiven und der in der negativen  $z$ -Richtung fliegenden Teilchen. Dabei hob sich bei jeder Trägersorte der Strombeitrag auf Grund der thermischen Geschwindigkeit gerade auf und es blieb nur der auf



Grund der überlagerten, im Felde erworbenen gerichteten Geschwindigkeit, der somit allein den Anodenstrom bestimmt. Für den Elektronen- bzw. Ionenstrom in die G. Sch. werden aber alle Teilchen maßgebend sein, die aus einer Richtung kommend die betreffende Grenzfläche erreichen, somit eine Stromdichte  $j = i_g + i_u$ , wobei  $i_g$  die Stromdichte auf Grund der gerichteten Geschwindigkeit und  $i_u$  der Beitrag der auf Grund ihrer ungeordneten thermischen Geschwindigkeit die betreffende Grenzfläche erreichenden Träger ist. Für letztere folgt nach den gaskinetischen Gesetzen:

$$i_u = \frac{1}{4} \varrho v_{th}, \quad v_{th} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

( $\varrho$  = Raumladungsdichte der betreffenden Trägersorte,

$v_{th}$  = mittlere thermische Geschwindigkeit,  
 $k$  = BOLTZMANNsche Konstante).

Erfahrungsgemäß ist nun  $i_u$  ein Mehrfaches von  $i_g$ , aber diesem proportional [3]:  $i_u = \nu \cdot i_g$ , wobei  $\nu$  ein Zahlenfaktor ist, der ungefähr Werte von 2 bis 10 annimmt.

$$j = \left(1 + \frac{1}{\nu}\right) i_u.$$

Im k. Pl. gilt somit für diesen Elektronenstrom:

$$j_n = \left(1 + \frac{1}{\nu_K}\right) \frac{1}{4} n_K \sqrt{\frac{8kT_n}{\pi m_n}}.$$

Von den diesen Strom hervorruhenden Elektronen treten jene in die G. Sch. ein, die gegen das Effektivpotential ( $U_{eff}$ ) anlaufen können. Für den Elektronenstrom in der G. Sch. gilt somit:

$$i_n = j_n \exp\left(-\frac{e(U_K - U_{eff})}{kT_n}\right).$$

Im a. Pl. ergibt sich analog für diesen Ionenstrom:

$$j_p = \left(1 + \frac{1}{\nu_A}\right) \frac{1}{4} p_A \sqrt{\frac{8kT_p}{\pi m_p}}$$

und hier ist  $j_p = i_p$ , da hier kein Gegenfeld auftritt. Somit wird:

$$\begin{aligned} \frac{i_n}{i_p} &= \frac{j_n}{j_p} \exp\left(-\frac{e(U_K - U_{eff})}{kT_n}\right) \\ &= \frac{\nu_A(\nu_K + 1) n_K}{\nu_K(\nu_A + 1) p_A} \sqrt{\frac{T_n}{T_p}} \sqrt{\frac{m_p}{m_n}} \exp\left(-\frac{e(U_K - U_{eff})}{kT_n}\right), \\ \alpha &= \frac{\nu_K(\nu_A + 1) p_A}{\nu_A(\nu_K + 1) n_K} \sqrt{\frac{T_p}{T_n}} \exp\left(\frac{e(U_K - U_{eff})}{kT_n}\right). \end{aligned} \quad (19)$$

Wenn nun im a. Pl. und im k. Pl. gleiche Trägerdichten herrschen, so ist  $p_A = n_K$ . Dann kann man auch die Proportionalitätsfaktoren  $\nu_A = \nu_K$  setzen und erhält folgende vereinfachte Gleichung:

$$\alpha = \sqrt{\frac{T_p}{T_n}} \exp\left(\frac{e(U_K - U_{eff})}{kT_n}\right). \quad (19a)$$

Da nach Gl. (18)  $\alpha \leq 1$  sein muß und man für  $\sqrt{\frac{T_p}{T_n}}$  nach den früheren Angaben Werte von  $\frac{1}{2}$  bis  $\frac{1}{4}$  annehmen darf, muß größenordnungsmäßig  $\frac{e(U_K - U_{eff})}{kT_n} \approx 1$  sein. Das bedeutet, daß die mittlere thermische Energie ausreichen muß das Potentialminimum zu überwinden, eine durchaus plausible Forderung. Daraus folgt nun auch eine — allerdings ziemlich rohe —

Abschätzung für  $U_{eff}$ . Wenn  $\frac{e(U_K - U_{eff})}{kT_n} \approx 1$ , so ist:

$$\frac{3}{2} e (U_K - U_{eff}) \approx \frac{3}{2} k T_n = e V_n$$

( $V_n$  = thermische Energie der Elektronen in Volt),

$$U_{eff} \approx U_K - \frac{2}{3} V_n. \quad (20)$$

Zusammen mit Gl. (19), die  $\alpha$  festlegt, und Abb. 2, die  $\varphi(\alpha)$  darstellt, ergeben somit Gl. (14) und (17) Feldstärke und Spannung in der G. Sch.

#### 4. Das anodische Plasma.

Das a. Pl. unterscheidet sich vom k. Pl. durch die Anwesenheit der in der Gitterschicht beschleunigten schnellen Elektronen, die einen weiteren Beitrag  $i_s$  zum Gesamtstrom liefern. An Stelle von Gl. (1) ist also hier zu setzen:

$$i = i_{pA} + i_{nA} + i_s, \quad (21)$$

wobei der Index A das a. Pl. bezeichnen soll. Für  $i_{pA}$  und  $i_{nA}$  gelten dabei dieselben Ausdrücke wie im k. Pl. [Gl. (4)]:

$$\left. \begin{aligned} i_{pA} &= p l_p E + D_p \frac{dp}{dz} \\ i_{nA} &= n l_n E - D_n \frac{dn}{dz} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Unter Berücksichtigung des Raumladungsbeitrags der schnellen Elektronen  $\varrho_s$  ist im Ansatz der Quasineutralität nun als negative Raumladungsdichte  $n + \varrho_s$  zu setzen.

Jedoch wird  $\varrho_s$  infolge der gegenüber den Plasmaelektronen großen Geschwindigkeit und der geringen Trägerzahl unerheblich sein. Wir können es folgendermaßen abschätzen: Nehmen wir an, daß die schnellen Elektronen das a. Pl. ohne Zusammenstöße mit der in der G. Sch. erlangten Voltgeschwindigkeit durch-eilen (die im Plasma aufgenommene zusätzliche Geschwindigkeit ist dagegen völlig belanglos), so läßt sich  $i_s$  wie folgt ausdrücken:

$$\begin{aligned} i_s &= \varrho_s v_s = \varrho_s \sqrt{\frac{2e}{m_n}} \sqrt{U_s}, \\ \varrho_s &= \frac{i_s}{\sqrt{U_s}} \sqrt{\frac{m_n}{2e}} \approx \frac{i_s}{\sqrt{U_s}} \frac{1}{6 \cdot 10^7}. \end{aligned}$$

Aus:  $\varrho_s = e N_s$  ergibt sich die Teilchendichte  $N_s$ :

$$N_s = \frac{\varrho_s}{e} = \frac{i_s}{\sqrt{U_s}} \frac{1}{6 \cdot 10^7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx \frac{i_s}{\sqrt{U_s}} 10^{11}.$$

In den üblichen Plasmen nimmt  $i_s$  Werte von  $10^{-2}$  bis  $10^{-1}$  [A/cm<sup>2</sup>] und  $U_s$  von 25 bis 100 [V] an. Dann erhält man für  $N_s$  Werte von  $10^8$  bis  $2 \cdot 10^9$  [cm<sup>-3</sup>] gegenüber Teilchendichten im Plasma von  $10^{10}$  bis  $5 \cdot 10^{11}$  [cm<sup>-3</sup>]. Letztere liegen also um ungefähr 2 Zehnerpotenzen höher und daher läßt sich  $\varrho_s$  in erster Näherung vernachlässigen. Damit ergibt sich aus Gl. (21), (22), wenn man  $n$  durch  $p$  ersetzt:

$$\begin{aligned} i - i_s &= p E (l_p + l_n) - (D_n - D_p) \frac{dp}{dz}, \\ p E &= \frac{i - i_s}{l_p + l_n} + \frac{D_n - D_p}{l_p + l_n} \frac{dp}{dz}. \end{aligned} \quad (23)$$

Gl. (23) hat vollständig die Gestalt der Gl. (5). Wie dort folgt:

$$E_A = \frac{i - i_s}{p_A (l_p + l_n)} \approx \frac{i - i_s}{p_A l_n}. \quad (24)$$



ei einer Dicke des a. Pl.  $d_A$  (so daß der Kathoden-  
noden-Abstand  $a = d_K + s + d_A$  wird), ergibt sich  
r den Spannungsabfall im a. Pl.:

$$U_A = E_A d_A. \quad (25)$$

ie Wirkung der schnellen Elektronen geht also in  
ster Näherung dahin, die Plasmafeldstärke zu ver-  
gerern.

In Wirklichkeit reicht das a. Pl. nicht bis zur  
node, sondern es tritt dazu ein Anodenfall auf.  
ieser Anodenfall, der meist negativ sein wird, regu-  
rt den Stromüberschuß, der durch die schnellen  
lektronen an sich auftreten würde, während sich  
der Feldstärke im a. Pl. gegenüber dem k. Pl.  
enig ändern wird, solange die Trägerdichten gleich  
nd. Die errechnete Feldstärke  $E_A$  ist somit als  
ittelwert über die tatsächlich auftretenden Feld-  
ärken zu betrachten. Wir wollen deshalb  $E_A$  im fol-  
nden als „mittlere Feldstärke“ im a. Pl. bezeichnen.

#### Der Übergang zwischen Plasma und Gitterschicht.

Die bisher behandelten Abschnitte k. Pl., G. Sch.  
nd a. Pl. werden nun nicht unmittelbar aneinander-  
enzen, sondern es wird ein Übergang stattfinden,  
er dadurch gekennzeichnet ist, daß einerseits die  
rägerdichte nicht mehr konstant bleibt, sondern  
um Gitter hin abnimmt, wie Sondenmessungen von  
EHNER [9] im a. Pl. beweisen, andererseits — auf-  
rund der Leuchtintensität — noch ein reger Energie-  
austausch und damit weitgehend Quasineutralität  
estehen muß. Daß sich diese beiden Forderungen  
ereinigen lassen und zu keinem Widerspruch der  
l. (2) und (5) bzw. (23) führen, soll zunächst für das  
Pl. gezeigt werden. Nach Gl. (22), (23) folgt, wenn  
ir der Einfachheit halber den Index  $A$  weglassen:

$$i_p = \frac{(i - i_s) l_p}{l_p + l_n} + D_A \frac{dp}{dz},$$

obei

$$D_A = \frac{l_p D_n + l_n D_p}{l_p + l_n}$$

er Koeffizient der ambipolaren Diffusion ist. Wenn  
ieder die schnellen Elektronen das a. Pl. ohne  
zusammenstöße durchheilen, so ist  $\frac{d}{dz}(i - i_s) = 0$   
nd

$$\frac{di_p}{dz} = D_A \frac{d^2 p}{dz^2}. \quad (26)$$

ndererseits ist nach Gl. (23):

$$\frac{d(E_p)}{dz} = p \frac{dE}{dz} + E \frac{dp}{dz} = \frac{D_n - D_p}{l_p + l_n} \frac{d^2 p}{dz^2}. \quad (27)$$

ehen wir nun hier von der Ionisation ab, so ist  
 $i_p/dz = 0$  und nach Gl. (26)

$$\frac{d^2 p}{dz^2} = 0. \quad (28)$$

Damit und aus Gl. (27) und Gl. (2) folgt:

$$\varepsilon \frac{dE}{dz} = -\varepsilon \frac{E}{p} \frac{dp}{dz} = n - p. \quad (29)$$

Gl. (29) ergibt die auftretende Raumladung. Nun  
st nach Gl. (27), (28):

$$E p = E_0 p_0 = \text{const}$$

( $E_0$  = Feldstärke,  $p_0$  = Trägerdichte im Plasma),

omit

$$p - n = \varepsilon \frac{E_0 p_0}{p^2} \frac{dp}{dz}.$$

Setzt man im Plasma  $E_0 = 0,1$  [V/cm] und als Teil-  
chendichte  $N_0 = 10^{10}$  [cm<sup>-3</sup>] und berücksichtigt, daß  
die Ausdehnung der Übergangsschicht zwischen  $10^{-2}$   
und 1 [cm] und die Änderung der Trägerdichte in  
ihr höchstens ein bis zwei Zehnerpotenzen betragen  
wird, so ergibt sich mit  $\varepsilon = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11}} \left[ \frac{\text{F}}{\text{cm}} \right]$  für die  
Trägerdichte in ihr:

$$|p - n| \approx 10^{-20},$$

$$p \approx p_0 = e N_0 \approx 10^{-9}.$$

Somit läßt sich der Ansatz der Quasineutralität auch  
für diese Übergangsschicht aufrechterhalten. Nur  
muß man jetzt die strenge Gl. (23) zugrunde legen.  
Führt man noch die Beziehung  $D/l = kT/e$  ein, so  
ergibt sich mit denselben Vereinfachungen, die zu  
Gl. (9) führten:

$$E_u = \frac{i - i_s}{p l_n} + \frac{k T_n}{e} \frac{1}{p} \frac{dp}{dz}. \quad (30)$$

Da  $p$  zum Gitter hin abnimmt, ist das zweite Glied  
der rechten Seite von Gl. (30) stets positiv und das  
erste allein schon größer als  $E_A$  nach Gl. (24).  $E_u$   
ist also stets größer als  $E_A$  und stellt somit den Über-  
gang von der geringen Plasmafeldstärke zu der  
hohen Feldstärke in der Gitterschicht dar.

Analoge Berechnungen ließen sich für den Über-  
gang k. Pl. — G. Sch. anstellen. Sie erscheinen je-  
doch wenig sinnvoll, da ja infolge der Verschiebung  
der G. Sch. auf die anodische Seite diese Übergangs-  
schicht fast unmittelbar am Gitter liegt und somit  
die Feldstärke sehr stark von der Gitterstruktur be-  
einflußt wird. Damit wird jedoch die Berechnung  
der Längsfeldstärke allein zwecklos. Gerade wegen  
dieser verwinkelten Verhältnisse wurde ja das Effek-  
tential eingeführt, das also hier gewissermaßen  
die Stelle der schwer erfaßbaren Übergangsverhält-  
nisse einnimmt.

#### 6. Vergleich zwischen Theorie und Experiment.

Um die Übereinstimmung der vorstehenden Be-  
rechnungen mit der Erfahrung zu prüfen, sollen nun  
experimentelle Ergebnisse herangezogen werden, die  
mit der in [1] beschriebenen Versuchsanordnung auf-  
genommen wurden. Dabei war:  $d_K = d_A = 2$  cm.  
Der Rohrdurchmesser betrug 44 mm, der Querschnitt  
der Entladung etwa 14 cm<sup>2</sup>, der Hilfsbogenstrom  
1,5 A, die Badtemperatur 20° C (der Dampfdruck  
also etwa 1 m Torr), das Gitter war mit der Steuer-  
kathode kurzgeschlossen.

Beschränkt man sich auf konstanten Druck, so  
ist die Trägerdichte im Plasma dem Strom propor-  
tional. Nach Abb. 3 ist somit (für  $T_B = 20^\circ \text{C}$ ):

$$\frac{i}{p_0} = 2,3 \cdot 10^8 \left[ \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \right].$$

Andererseits gilt:

$$\frac{1}{l_n} = \frac{\sqrt{3 k T_n m_n}}{e \lambda_n}$$

(siehe ENGEL-STEENBECK [10]).

Setzt man nach den gaskinetischen Gesetzen  
 $\lambda_n \approx 10$  cm und als Mittelwert für  $T_n$ , da sich dies  
mit Strom und Spannung nur geringfügig ändert,  
 $T_n \approx 30000^\circ \text{K}$ , so ergibt Gl. (9):

$$E_K = 0,015 \text{ [V/cm]} \quad U_K = 0,03 \text{ [V]}, \quad (31)$$



also eine geringe Feldstärke und Spannung im k.Pl., was an sich den Erwartungen entspricht. Daß sie allerdings so niedrig ist, überrascht etwas. Doch ist dabei zu bedenken, daß sowohl die Messung der Trägerdichte wie auch die Annahme über die freie Weglänge mit einem gewissen Unsicherheitsfaktor behaftet ist, so daß auch dem angegebenen Zahlenwert für  $E_K$  keine allzu große Genauigkeit zugebilligt werden darf<sup>1</sup>.

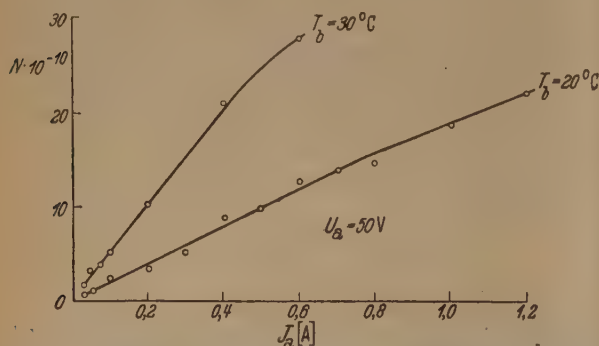


Abb. 3. Abhängigkeit der Trägerdichte vom Anodenstrom bei konstanter Anodenspannung und konstantem Dampfdruck (Badtemperatur).

Mit dem gefundenen Wert von  $U_K$  ergibt sich nach Gl. (20), daß  $U_{\text{eff}}$  dem Betrage nach ungefähr 1 bis 2 V beträgt. Das Potentialminimum ist also im allgemeinen sehr flach. Bedenkt man, daß es sich bei Gl. (20) nur um eine rohe Abschätzung handelt und daß in der G. Sch. so hohe Spannungen auftreten,

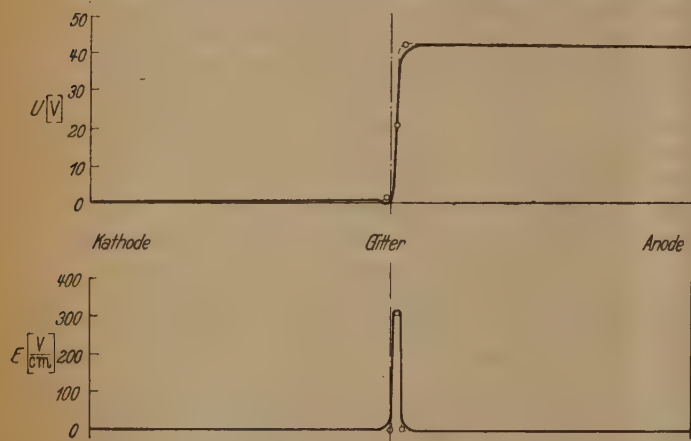


Abb. 4. Verlauf von Spannung und Feldstärke im gesteuerten Bogen.

daß geringe Abweichungen von  $U_{\text{eff}} = 0$  belanglos sind, so ergibt sich damit die Berechtigung der früher eingeführten Randbedingung für die G. Sch. Weiter ergibt sich nach Gl. (7) und Gl. (24):

$$\frac{E_K}{E_A} = \frac{i}{i - i_s} \frac{p_A}{p_K}. \quad (32)$$

Nun ist  $p_A \geq p_K$ , je nachdem die schnellen Elektronen merklich ionisieren oder nicht. Andererseits ist  $i - i_s$

<sup>1</sup> Der angegebene Wert der freien Weglänge, der größer als die Gefäßdimensionen ist, scheint mit der Verwendung der Diffusionsgleichungen im Widerspruch zu stehen. Jedoch ist hier auf die Schwierigkeit hinzuweisen, der die Definition des „Stoßes“ bei geladenen Teilchen überhaupt begegnet. Jedenfalls ist nach allen experimentellen Ergebnissen die Wechselwirkung der Elektronen im Plasma weit intensiver, als sie sich aus dem Modelle zusammenstoßender Kugeln ergeben würde. Man vergleiche dazu den Artikel von ROMPE und STEENBECK in den Ergebnissen der exakten Naturwissenschaften 18, 257 (1939).

um so kleiner, je weniger von den schnellen Elektronen durch Stöße ihre Geschwindigkeit verlieren. Deshalb folgt aus Gl. (32), daß  $E_A$  stets noch merklich kleiner als  $E_K$  und damit meist vernachlässigbar sein wird. Das gleiche gilt natürlich für  $U_A$ . Es sei allerdings nochmal darauf hingewiesen, daß  $E_A$  und  $U_A$  nur Mittelwerte über die im eigentlichen a.Pl. und im Anodenfall auftretenden Größen darstellen.

In der G. Sch. geben Gl. (14) und (17) Feldstärke und Spannung. Der Verlauf der Spannung läßt sich aus der numerischen Integration bei LANGMUIR [2] entnehmen. Für die Darstellung der Feldstärke sei noch deren Maximum bestimmt. Nach Gl. (13) ergibt sich als Stelle des Maximums:

$$U = \frac{U_s}{1 + \alpha^2}$$

nach Gl. (14) als Wert des Maximums:

$$\left. \begin{aligned} E_{s_{\text{max}}} &= 2 \sqrt{\frac{i_n}{\varepsilon}} \sqrt{\frac{m_n}{2e}} \sqrt{U_s} \psi(\alpha) \\ \psi(\alpha) &= \sqrt{1 + \alpha^2} - \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Da nach Gl. (11) und (15):

$$\frac{i}{i_n} = 1 + \frac{i_p}{i_n} = 1 + \alpha \sqrt{\frac{m_n}{m_p}} \approx 1,$$

läßt sich  $i_n$  einfach durch  $i$  ersetzen.

Zur Bestimmung von  $\alpha$  bieten sich die Gl. (15) und (19) bzw. (19a). Aber die letzteren enthalten die Ionentemperatur und das Gittereffektivpotential, die beide experimentell nicht feststellbar sind; die erstere dagegen das Verhältnis  $i_p/i_n$ , mit dem es nicht viel besser steht. Denn eine exakte Messung der die G. Sch. durchfließenden Ströme ist kaum möglich<sup>1</sup>. Somit bleibt zunächst nur die Einschränkung  $\alpha \leq 1$  nach Gl. (18). Betrachtet man die Funktionen  $\varphi(\alpha)$  und  $\psi(\alpha)$ , mit denen  $\alpha$  in  $U_s$  und  $E_{s_{\text{max}}}$  eingeht, so ergibt sich:

Tabelle 1.

$\alpha$	1	0,5	0
$\varphi(\alpha)$	1,86	1,25	1,0
$\varphi(\alpha)^{-\frac{2}{3}}$	0,66	0,86	1,0
$\psi(\alpha)$	0,64	0,78	1,0

Da sich somit  $U_s$  und  $E_{s_{\text{max}}}$  in nicht zu großen  $\alpha$ -Bereichen nur geringfügig ändern werden, wird man zu dessen Festlegung näherungsweise statt des Wertes  $i_p/i_n$  in der G. Sch. auch den im Plasma heranziehen dürfen, dies um so mehr, als der berechnete Wert  $i_p/i_n$  wenigstens eine Konstante im ganzen Entladungsraum sein muß. Denn wir haben an keiner Stelle die Ionisation eingeführt und dem entsprechend ist auch im Plasma nach Gl. (8)  $i_p$  und  $i_n$  quellenfrei. Aus Gl. (10) folgern wir somit auch für die G. Sch.:  $\alpha \approx 1$ . Dann ist die Feldstärke symmetrisch bezüglich der Mitte der Schicht ( $z = d_K + \frac{s}{2}$ ), an der zugleich ihr Maximum und der Mittelwert der Spannung ( $U = U_{s/2}$ ) liegt.

<sup>1</sup> Die in der Literatur angegebenen Werte für  $i_n/i_p$  von 200–400 (z. B. FETZ [7]), die Messungen im Plasma entstammen, beruhen auf einer fehlerhaften Auswertung von Sondenmessungen, wie WENZL [11] nachweisen konnte. Ähnliche Vorsicht ist geboten gegenüber Messungen von BULLINGER [4] direkt am Gitter, die außerdem bei sehr extremen Verhältnissen (sehr hohe Spannung, sehr dünnes Plasma, sehr großer Gitteranodenabstand) stattfanden.



Trotzdem sich die G. Sch. meist als Dunkelraum hebt, ist dieser gewöhnlich nicht so definiert, daß eine exakte Messung der Schichtdicke  $s$  ausführen könnte. Andererseits ergibt zwar Gl. (17), daß  $s$  festem  $U_s$  mit zunehmender Trägerdichte (zunehmendem Strom) wie erwartet abnimmt, aber zur Berechnung von  $s$  ist sie nicht geeignet, da ja  $U_s$  selbst gesucht ist. Wir sind also auf eine Annahme für  $s$  angewiesen und setzen  $s = 1,5$  mm, ein Wert, der mit aller Erfahrung im Einklang steht, auch wenn nicht exakt experimentell feststellbar ist. Dabei können wir bei der Berechnung der Strom-Spannungscharakteristik  $s$  als konstant annehmen. Da in unserem Fall der Strom gleichzeitig mit der Spannung steigt, ihre Wirkungen auf  $s$  aber zufolge Gl. (17) gegengesetzt gerichtet sind, ist dies sicher in erster Näherung zulässig. Dann ergibt sich:

Tabelle 2.

$i$	0,01	0,05	0,1	A/cm <sup>2</sup>
$I$	0,14	0,7	1,4	A
$U_{exp}$	13	52	75	V
$U_{th}$	13,8	40,5	64,5	V
$E_{smax}$	108	315	500	V/cm

Die Tabelle enthält in der ersten Spalte die Stromdichte, in der zweiten den Gesamtstrom, in der dritten den gesamten Spannungsabfall am Bogen, der experimentell festgestellt wurde. Da die Spannungen im k. Pl. und im a. Pl. gegenüber der in der G. Sch., wie sich gezeigt hat, völlig belanglos sind, ist diese Gesamtspannung im wesentlichen gleich der Lichtspannung. Diese wurde unter den bisherigen Annahmen nach Gl. (17) berechnet und in der nächsten Spalte eingetragen. Die letzte Spalte enthält nun  $E_{smax}$  nach Gl. (33).

Im ganzen ergibt sich bezüglich der Bogencharakteristik eine überraschend gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment, wobei allerdings nicht übersehen werden darf, daß diese — wenigstens was das Quantitative anbelangt — wesentlich von der Annahme über  $s$  und in geringerem Maße über  $\alpha$  (Tabelle 1) abhängt. Auch der Verlauf von Feldstärke und Spannung steht mit allen Sondenmessungen im besten Einklang. Für  $i = 0,05$  A/cm<sup>2</sup> ist er in Abb. 4 dargestellt. Dabei sind  $E_K$ ,  $E_s$ ,  $E_A$  bzw.  $U_K$ ,  $U_s$ ,  $U_A$  abstäblich eingezeichnet, während die Abrundung der Ecken an den Grenzen Plasma—Gitterschicht auf die Existenz der Übergangsschicht und der Annahme des Effektivpotentials beruht<sup>1</sup>. Die G. Sch. ist dabei nicht symmetrisch zum Gitter gezeichnet, sondern entsprechend dem experimentellen Befund gegen die Anode zu verschoben.

#### Zusammenfassung.

Abschließend soll noch einmal kurz zusammengefaßt werden, welche Voraussetzungen und damit Grenzen die entwickelte Theorie hat und was sie zu leisten vermag. Den einheitlichen Ausgangspunkt bilden die Gleichungen für einen bipolaren Strom mittels Konvektion und Diffusion und die Poissonsche Raumladungsgleichung. Dabei mußten Anregung und Ionisation sowie alle Wandeffekte (radiale Komponenten) unberücksichtigt bleiben. Das verwickelte

<sup>1</sup> Eine exakte Lösung des Übergangs Plasma—Schicht für eine Sonde, also eine unipolare Raumladungsschicht, findet sich bei WENZL [11].

Gitterfeld wurde durch die — experimentell begründete — Annahme eines Effektivpotentials der theoretischen Behandlung zugänglich gemacht. All diese Voraussetzungen erscheinen ohne wesentliche Bedeutung, wenn man sich in erster Linie mit den Spannungsverhältnissen befaßt, wie es hier von Anfang an der Fall war, zumal sich ja in Übereinstimmung mit dem Experiment ergibt, daß für die Brennspannungserhöhung die G. Sch. allein verantwortlich ist. In dieser sind aber die obigen Voraussetzungen durchaus zutreffend. Einschneidend für den Gültigkeitsbereich der Lösung ist dagegen der Umstand, daß von der Ionisation der schnellen Elektronen abgesehen wurde. Denn dies kommt einer Beschränkung auf den Bogen mit positiver Charakteristik gleich, wie sie auch im Ergebnis zum Ausdruck kommt, da ja für das Auftreten der negativen Charakteristik gerade diese Ionisation das maßgebende Moment ist [1]. Trotzdem gibt die Lösung auch einige Hinweise für den letzteren Fall. Denn in der G. Sch., die sich als wichtigster Punkt herausstellte, werden auch bei der negativen Charakteristik ganz ähnliche Voraussetzungen gelten: Keine Stöße, freier Fall der Ionen und Elektronen, keine Diffusion, Gittereffektivpotential. Nur reicht nun dieses Effektivpotential nicht mehr aus um den Strom festzulegen, sondern dieser ist wesentlich mitbestimmt durch die zusätzliche Ionisation in ihrem Verhältnis zur Wanddiffusion [1]. Dagegen vermag die Theorie beim Bogen mit positiver Charakteristik einen lückenlosen Überblick über den Verlauf von Feldstärke und Spannung bei konstantem Gitterpotential und konstantem Druck und eine Deutung der Bogencharakteristik zu geben. Allerdings kann sie das nicht wie beim Hochvakuumrohr auf Grund der „Betriebsdaten“, d. h. der geometrischen Konfiguration und der angelegten Spannungen bzw. auftretenden Ströme, sondern sie bedarf dazu der Kenntnis einer Reihe von Größen, die zum Teil experimentell feststellbar sind, zum Teil aber auch nur abgeschätzt werden können und deren Abhängigkeit von den Betriebsdaten wenig oder gar nicht bekannt ist. Deshalb vermag sie auch nicht die Abhängigkeit von der Gitterspannung und vom Druck zu klären, da diese nur in derartige Größen eingehen, während der Gitterstrom, der in unseren Gleichungen ebenfalls nicht auftritt, nach SCHÖLS [12] bei der Steuerung tatsächlich nicht als selbständiger Parameter auftritt.

Die vorliegende Arbeit stellt im wesentlichen einen Ausschnitt aus der Dissertation des Verfassers dar, die in den Jahren 1943—1945 im Elektrophysikalischen Laboratorium der Technischen Hochschule München durchgeführt wurde. Ihre Veröffentlichung verzögerte sich aus zeitbedingten Gründen. Herrn Prof. Dr. W. O. SCHUMANN möchte ich für die Anregung zu dieser Arbeit und seine dauernde Unterstützung auch an dieser Stelle meinen herzlichen Dank aussprechen.

**Literatur.** [1] HAUG, A.: Z. angew. Phys. **1**, 323 (1949). — [2] LANGMUIR, J.: Phys. Rev. **33**, 954 (1929). — [3] FETZ, H.: Ann. Phys. **37**, 1 (1940). — [4] BULLINGER, T.: Diss. der T. H. München 1943. — [5] SCHOTTKY, W.: Phys. Z. **25**, 342, 635 (1924). — [6] ENGEL-STEENBECK: Elektrische Gasentladungen, Bd. 2. Berlin 1934. — [7] FETZ, H.: Ann. Phys. **40**, 579 (1941). — [8] SCHUMANN, W. O.: Naturwiss. **31**, 115 (1943). — [9] WEHNER, G.: Ann. Phys. **41**, 501 (1942). — [10] ENGEL-STEENBECK: Elektrische Gasentladungen, Bd. 1. Berlin 1932. — [11] WENZL, F.: Erscheint demnächst. — [12] SCHÖLS, G.: Ann. Phys. **42**, 477 (1943).

Dr. Ing. ALBERT HAUG, (13 b) München 2, Techn. Hochschule.



## Gerichtete Sprache in der Raumakustik.\*

Von ERICH WINTERGERST.

(Mitteilung aus dem Laboratorium für Technische Physik der Technischen Hochschule München.)

Mit 6 Textabbildungen.

(Eingegangen am 14. Dezember 1948.)

Vielfach wird in einem Raum eine ausreichende Verständlichkeit für Sprache gefordert, ohne daß es möglich wäre, die für diesen Fall günstigste Nachhalldauer zu erreichen. Solche Verhältnisse liegen z. B. häufig in sehr großen Räumen vor, in welchen eine ausreichende Dämpfung mit zu hohen Kosten verbunden oder aus architektonischen Gründen nicht

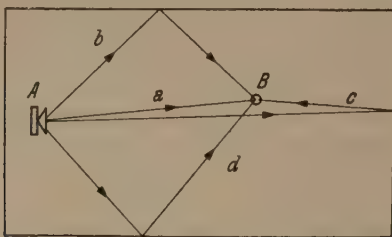


Abb. 1. Grundriß eines Raumes mit Schallquelle in Punkt A und einem Hörer in Punkt B. Die Schallenergie erreicht den Hörer unmittelbar auf dem Wege a und nach einmaligen Reflexionen auf den Wegen b, c, d.

tragbar ist. Auch bei Räumen, welche für Orgelmusik gut geeignet sein sollen, ist die Verständlichkeit für Sprache im allgemeinen mangelhaft, da die für Orgelmusik günstigste Nachhalldauer für Sprache zu groß ist.

Es ist bekannt, daß in solchen Räumen mit zu großer Nachhalldauer eine Verbesserung der Silbenverständlichkeit erzielt werden kann, wenn man die Sprache mit einer gewissen Richtwirkung in die Hörschaft strahlt. Diese Richtwirkung kann erzielt werden durch entsprechende Reflektoren in der Umgebung des Redners oder durch eine Verwendung von Lautsprechern mit Richtwirkung. Die Wirkung reflektierender Flächen in der Umgebung des Redners kann unterstützt werden

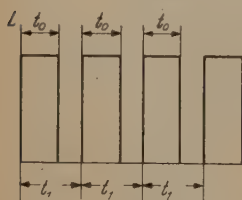


Abb. 2. Zeitliche Folge von Schallsignalen.  $L$  ausgesandte Schalleistung;  $t_0$  Dauer eines Signales;  $t_1$  zeitlicher Abstand der Signale.

den durch entsprechend geneigte Flächen an der Rückwand, der Decke oder den Seitenflächen, wenn diese Schallenergie mit kleinem Umweg in die Hörschaft werfen. Lautsprecher mit Richtwirkung erhält man durch Anordnung einer größeren Anzahl gleichphasig erregter Lautsprecher auf einer Fläche. Eine Richtwirkung mit Bevorzugung der Ausbreitung in einer Ebene ergibt sich bei Anordnung von Lautsprechern auf einer Geraden, wie sie neuerdings unter dem Namen „Strahlergruppen“ verwendet werden.

Aufgabe der vorliegenden Arbeit soll es sein, die Grenzen abzuschätzen, innerhalb deren solche Verfahren noch Erfolg versprechen, sowie einen Zusammenhang zwischen der Nachhalldauer des Raumes und der für eine ausreichende Silbenverständlichkeit erforderlichen Richtwirkung zu finden.

Wir betrachten dazu einen Raum zunächst von beliebiger Form und Größe und in diesem einen Hörer. Die von einem Redner ausgehende Schallenergie erreicht diesen Hörer einmal auf dem unmittelbaren Wege  $a$ , Abb. 1, sowie nach ein- oder mehrmaligen Reflexionen. Abb. 1 stellt die Verhältnisse nur in einer Horizontalebene dar. Für eine quantitative Untersuchung wäre das Problem natürlich räumlich zu behandeln. Die reflektierte Schallenergie kann man zu der unmittelbar zugestrahlten hinzurechnen, sofern der Umweg kleiner als 12–17 m ist, da das Ohr Schallimpulse, welche nicht mehr als etwa 0,035 sec auseinanderliegen, nicht zu trennen vermag.

Die den Hörer unmittelbar und mit geringem Umweg zugestrahlte Schallenergie läßt sich ausdrücken durch die Energiedichte am Ort des Hörers

$$I_0 = \alpha \frac{L}{4r^2\pi c}, \quad (1)$$

wobei  $L$  die Leistung der Schallquelle,  $r$  den Abstand des Hörers von der Schallquelle und  $c$  die Schallgeschwindigkeit bedeuten. Der Faktor  $\alpha$  berücksichtigt den Anteil, der dem Hörer mit geringem Umweg zugestrahlte Energie, sowie eine etwaige Richtwirkung der Schallquelle.

Während den Hörer eine Silbe auf diese Weise erreicht, ist im Raum noch Energie in Form von Nachhall von allen vorhergehenden Silben vorhanden. Ersetzt man Sprache gemäß Abb. 2 durch einzelne Schallsignale von der Dauer  $t_0$ , welche periodisch in Zeitabständen  $t_1$  aufeinanderfolgen, so ist von einem um  $n$  Perioden zurückliegenden Signal noch die mittlere Energiedichte  $I_n$  im Raum vorhanden. Für diese erhält man nach den vereinfachten Rechenmethoden der statistischen Raumakustik, bei welchem mit einer mittleren freien Weglänge der Schallstrahlen zwischen 2 Reflexionen und einem mittleren Schluckgrad der Raumumgrenzung gerechnet wird (JÄGER [4], SABINE [7]):

$$I_n = \frac{Lt_0}{V} (1-s)^{\frac{ct_1}{l}n}. \quad (2)$$

Darin bedeuten  $V$  das Raumvolumen,  $s$  den mittleren Schluckgrad der Raumumgrenzung,  $l$  die mittlere freie Weglänge der Schallstrahlen zwischen 2 Reflexionen. Für  $l$  gilt nach SABINE [7] und JÄGER [4] die Beziehung

$$l = \frac{4V}{F},$$

wobei  $F$  die gesamte Oberfläche des Raumes ist.

Unendlich viele vorhergehende Schallsignale ergeben insgesamt die Energiedichte

$$I = \frac{Lt_0}{V} \sum_{n=1}^{\infty} (1-s)^{\frac{ct_1}{l}n} = \frac{Lt_0}{V} \frac{(1-s)^{\frac{ct_1}{l}}}{1 - (1-s)^{\frac{ct_1}{l}}}. \quad (3)$$

Für die Verständlichkeit von Sprache ist offenbar das Verhältnis der durch Gl. (1) gegebenen, dem Hörer

\* Die Arbeit entstand anlässlich eines in Zusammenarbeit mit Herrn Prof. W. MEISSNER durchgeführten Gutachtens.



mittelbar zugestrahlten Energie  $I_0$  zu der im Raum vorhandenen Nachhallenergie  $I$  gemäß Gl. (3) maßgebend. Ist die störende Nachhallenergie im Verhältnis zur unmittelbar zugestrahlten Energie klein, wird die Silbenverständlichkeit hoch sein und umgekehrt.

Zur Erzielung einer hohen Silbenverständlichkeit also der Ausdruck nach Gl. (3) klein und der nach Gl. (1) groß zu halten. Damit sind alle Möglichkeiten aufgelegt, welche in Räumen mit zu großem Nachhall einer Erhöhung der Silbenverständlichkeit herangezogen werden können. Gl. (3) zeigt zunächst die bekannte Tatsache, daß die Silbenverständlichkeit besser sein wird bei großem Schluckgrad  $s$ , d. h. bei kürzerer Nachhalldauer. Nicht so allgemein bekannt ist der Einfluß der Sprechweise, welche durch die Größen  $t_0$  und  $t_1$  gekennzeichnet wird. Kleines  $t_0$  und großes  $t_1$  verbessern die Silbenverständlichkeit. In einem Raum mit verhältnismäßig großer Nachhalldauer wird die Silbenverständlichkeit also verbessert durch ein langsames abgehacktes Sprechen mit längeren Pausen zwischen den einzelnen Silben oder Worten. Geübte Redner machen von dieser Tatsache Gebrauch. Gl. (1) läßt außer dem selbstverständlichen Einfluß des Abstandes  $r$  des Hörers vom Redner den Einfluß der Richtwirkung der Schallquelle ausgeprägt durch den Faktor  $\alpha$  erkennen, und zwar ergibt eine Vergrößerung von  $\alpha$  d. h. eine Erhöhung der Richtwirkung eine Verbesserung der Silbenverständlichkeit.

Um diesen Einfluß der Richtwirkung, dem die vorliegende Arbeit in der Hauptsache gewidmet ist, näher zu untersuchen, betrachten wir zwei an sich ähnliche Räume, welche sich nur bezüglich ihrer Nachhalldauer unterscheiden. Im ersten sei die für Sprache günstigste Nachhalldauer und dementsprechend ein mittlerer Schluckgrad  $s_1$  vorhanden. Die Schallquelle sende keine künstlich gesteigerte Richtwirkung. Der zweite Raum besitze eine größere Nachhalldauer und einen kleineren mittleren Schluckgrad  $s_2$  und der unmittelbar Schall sei für einen bestimmten Hörer durch eine entsprechende Richtwirkung der Schallquelle auf das  $\beta$ -fache vergrößert. Während im ersten Fall einem Hörer die Schallstärke  $I_0$  unmittelbar und mit kleinem Umweg zugestrahlt wird, erhält er im zweiten Fall  $\beta I_0$ . Wenn das gleiche Verhältnis zwischen unmittelbarer Schallenergie und Nachhallenergie in beiden Fällen zugelassen werden soll, so darf im zweiten Fall auch die Nachhallenergie um so groß sein. Wir wollen für diese beiden Fälle  $I$  und  $s$  durch die Zeiger 1 und 2 kennzeichnen und gleichzeitig zur Vereinfachung der Schreibweise einführen

$$(1 - s_1)^{\frac{ct_1}{l}} = x_1,$$

$$(1 - s_2)^{\frac{ct_1}{l}} = x_2,$$

man erhalten wir, wenn wir Gl. (3) für die beiden Fälle anschreiben:

$$I_1 = \frac{L t_0}{V} \frac{x_1}{1 - x_1}, \quad (4)$$

$$I_2 = \beta I_1 = \frac{L t_0}{V} \frac{x_2}{1 - x_2}. \quad (5)$$

Aus diesen beiden Gleichungen läßt sich  $\beta$  und  $x_2$  eliminieren und man erhält

$$\beta = \frac{x_2 - x_1 x_2}{x_1 - x_1 x_2}, \quad (6)$$

$$x_2 = \frac{x_1}{\frac{1}{\beta}(1 - x_1) + x_1}. \quad (7)$$

Wenn in einem Raum beispielsweise eine gewisse zu große Nachhalldauer entsprechend einer mittleren Schallschluckung  $s_2$  und einem Wert  $x_2$  vorhanden ist und wenn die unter normalen Umständen günstigste Nachhalldauer dieses Raumes durch einen mittleren Schluckgrad  $s_1$  und den zugehörigen Wert  $x_1$  zu verwirklichen wäre, so ergibt Gl. (6) die erforderliche Verstärkung des einem Hörer unmittelbar zugestrahlten Schalles.

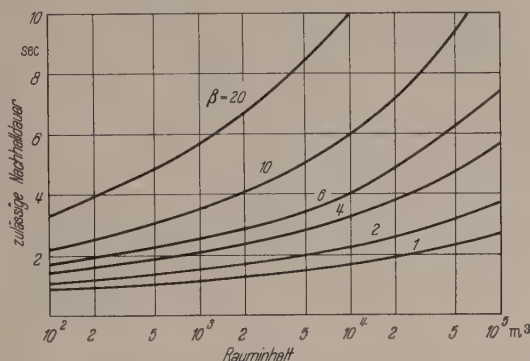


Abb. 3. Zusammenhang zwischen der für Verständlichkeit von Sprache zulässigen Nachhalldauer und der Raumgröße für verschieden starke Richtwirkung der Schallquelle. Die Richtwirkung ist gekennzeichnet durch den Faktor  $\beta$ , welcher die Verstärkung des unmittelbaren Schalles innerhalb der Hörschicht im Vergleich zu dem Fall mit gleichmäßig strahlender Schallquelle angibt.

Aus Gl. (7) kann man umgekehrt die bei einer Verstärkung des unmittelbaren Schalles auf das  $\beta$ -fache zulässige mittlere Schallschluckung  $s_2$  des Raumes ermitteln, wenn  $s_1$  bzw.  $x_1$  für die günstigste Nachhalldauer ohne besondere zusätzliche Maßnahmen gilt.

Praktisch ist am häufigsten der Fall, daß Sprache in einem Raum verständlich sein soll, der eine zu große Nachhalldauer aufweist. Dabei ist festzustellen, wie weit die Verstärkung des einem Hörer unmittelbar zugestrahlten Schalles getrieben werden muß, um günstige Verhältnisse für die Verständlichkeit von Sprache zu erreichen. Man wird dazu Gl. (6) verwenden und für  $x_1$  bzw.  $s_1$  Werte einsetzen, welche für eine angemessene Nachhalldauer des betreffenden Raumes üblicherweise gelten und für  $x_2$  und  $s_2$  die tatsächlich vorhandenen Werte. Die mittlere Schallschluckung  $s$  eines Raumes hängt mit der Nachhalldauer  $t$  mit einer für unsere Zwecke hinreichenden Genauigkeit durch die bekannte Beziehung zusammen:

$$t = 0,164 \frac{V}{F s},$$

wobei  $V$  das Raumvolumen in  $m^3$  und  $F$  die gesamte Fläche der Raumumgrenzung in  $m^2$  bedeuten (SABINE [7]).

In Abb. 3 ist eine Auswertung der Gl. (7) in einer für die praktische Verwendung bequemen Form aufgetragen. Die Kurve  $\beta = 1$  gibt die „angemessene Nachhalldauer“ in Abhängigkeit von der Raumgröße wieder [4]. Die Kurve  $\beta = 2$  gibt die noch zulässige



Nachhalldauer bei einer Verstärkung des unmittelbaren Schalles auf das Doppelte. Entsprechendes gilt für die übrigen Kurven. Umgekehrt kann man aus der Abbildung z. B. entnehmen, daß bei einem Raum mit  $10000 \text{ m}^3$  Inhalt und einer Nachhalldauer von 4 sec eine Verstärkung des unmittelbaren Schalles auf das 6fache erforderlich ist.

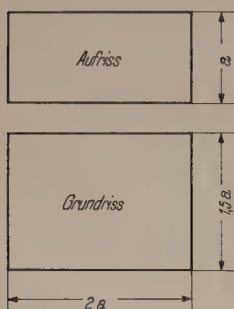


Abb. 4. Raumform, wie sie für die Berechnung der Abb. 3 zugrunde gelegt wurde.

Abb. 3 gilt für den Fall, daß die mittlere freie Weglänge eines Schallstrahles zwischen 2 Reflexionen  $l = 0,640 \sqrt[3]{V}$  ist, was z. B. für den in Abb. 4 dargestellten Raum gilt. Für einen kubischen Raum hat der Zahlenfaktor den Wert 0,667, für langgestreckte Räume oder Räume mit zahlreichen Rängen oder Einbauten ist er kleiner. Ferner ist für  $t_1$  der Wert

0,2 sec vorausgesetzt, was der üblichen Sprechgeschwindigkeit von 5 Silben je sec entspricht.

Für die praktische Ausführung gibt es verschiedene Möglichkeiten. Zunächst wird man bestrebt sein, ohne elektroakustische Hilfsmittel auszukommen. Bereits

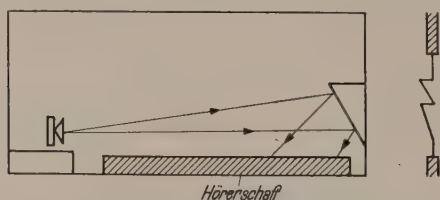


Abb. 5. Aufriss eines Raumes mit geeigneter Rückwand, welche die vom Redner ausgehende Schallenergie mit geringem Umweg in die rückwärts sitzenden Hörer reflektiert.

das in Kirchen übliche Dach über dem Redner bringt eine gewisse Verstärkung dadurch, daß es den nach oben gehenden Schall mit kleinem Umweg nach unten reflektiert. Entsprechende Flächen seitlich vom Redner unterstützen diese Wirkung. Gelegentlich

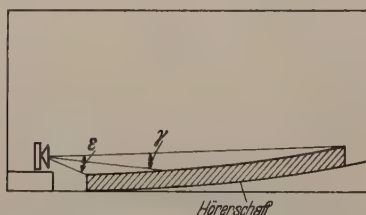


Abb. 6. Aufriss eines Raumes. Die Hörerschaft erscheint dem Redner unter dem Winkel  $\epsilon$ . Es genügt, mittels gerichteter Lautsprecher den Winkel  $\gamma$  zu erfüllen, da die im Winkel  $\epsilon$ - $\gamma$  sitzenden Hörer an sich genügend Schallenergie erhalten.

werden auch Reflektoren um den Redner herum gebaut, die so ausgebildet sind, daß sie einen erheblichen Teil der vom Redner ausgehenden Schallenergie unmittelbar in die Hörerschaft reflektieren (FOKKER und STRUTT [3], MULDER [5], STRUTT [8]). Außerdem läßt sich durch geeignete Formung der Rückwand etwa gemäß Abb. 5 erreichen, daß den weiter rückwärts sitzenden Hörern in erhöhtem Maße Schallenergie mit geringem Umweg zugestrahlt wird (DARMER [2], VERMEULEN und BOER [9]). Dadurch wird gerade für die von der Schallquelle am weitesten entfernt sitzenden Hörer, für welche dementsprechend

die unmittelbar zugestrahlte Schallenergie am geringsten ist, eine Verstärkung erzielt. Auch Fenster können in solchen Maßnahmen miteinbezogen werden, wenn sie etwa in der im rechten Teil der Abb. 5 angedeuteten Weise ausgebildet werden, ebenso wie es möglich ist, die Decke so zu gestalten, daß sie in die rückwärtigen Hörer mit nur geringem Umweg Schall reflektiert (CALEFAS [1], OSSWALD [6]). Bei großen Räumen wird unter Umständen auch eine Neigung der Seitenwände Vorteil bringen. Es ist jedoch in jedem Fall erforderlich, die Flächen so auszubilden, daß keine störenden Laufzeitunterschiede eintreten können. Durch Anwendung solcher Methoden wird sich in vielen Fällen für die weiter hinten sitzenden Hörer eine Verstärkung des unmittelbaren und mit geringem Umweg zugestrahnten Schalles auf ein Mehrfaches erreichen lassen, wodurch man entsprechend Abb. 3 mit einer verminderten Dämpfung des Raumes auskommen kann. Bei größeren Räumen wird sich auf diese Weise in vielen Fällen der Einbau einer elektroakustischen Übertragungsanlage vermeiden lassen.

Von besonderem Interesse ist es, daß man mit den geschilderten Methoden eine verschiedene Wirkung des Raumes für Sprache und Musik erreichen kann. Befindet sich z. B. in demselben Raum außer einer Rednertribüne eine Orgel, so wird diese höher oder wie dies in Kirchen meist der Fall ist, auch an einer anderen Stelle des Grundrisses als der Redner angeordnet werden. Dabei ist es ohne Schwierigkeit möglich und meist ergibt es sich sogar von selbst, daß die für Sprache wirksamen reflektierenden Flächen für Orgelmusik unwirksam sind. Auf diese Weise kann man einen Raum erhalten, welcher bei guter Verständlichkeit für Sprache die günstigste Nachhalldauer für Orgelmusik aufweist.

Durch eine Gruppe von Lautsprechern ist an sich, sofern sie räumlich genügend ausgedehnt ist, d. h. groß im Vergleich zu den abgestrahlten Wellenlängen gemacht wird, eine sehr weitgehende Bündelung des abgestrahlten Schalles möglich. Man muß sich jedoch die Frage vorlegen, wie weit diese Bündelung im Bezug auf die Verhältnisse des Raumes getrieben werden darf. Abb. 6 läßt erkennen, daß der Winkel  $\epsilon$ , unter welchem die Zuhörerschaft unter normalen Verhältnissen dem Redner in senkrechter Richtung erscheint, an sich schon ziemlich klein ist. Es genügt aber ferner, wenn der von der Schallquelle ausgehende Schall auf einen kleineren Winkel konzentriert wird, da die weiter vorne sitzenden Hörer an sich genügend Schallenergie erhalten. Man darf also bei dem Beispiel der Abb. 6 die Richtwirkung der Schallquelle so weit treiben, daß überwiegend nur in dem Winkel  $\gamma$  Schallenergie abgestrahlt wird, während ohne diese Maßnahme die Abstrahlung in den ganzen Halbraum erfolgen würde. Man sieht aus diesen Überlegungen, daß man die Richtwirkung ziemlich weit treiben kann und daß hohe Werte von  $\beta$  praktisch verwertbar sind.

Durch Anordnung einer Vielzahl von Lautsprechern innerhalb der Hörerschaft kann in bekannter Weise ebenfalls eine Verstärkung des unmittelbaren Schalles erreicht werden. Auch hierbei ist das Verhältnis der den Hörern unmittelbar zugestrahnten Energie zur Nachhallenergie maßgebend. Es ist wesentlich, daß die Lautsprecher möglichst viel



ergie in die Hörer und möglichst wenig nach anderen Richtungen abstrahlen. Im extremen Fall läßt dies dadurch verwirklichen, daß jeder Hörer einen Kopfhörer erhält.

Die Ableitung der Gl. (6) und (7) erfolgte unter der Voraussetzung, daß der Raum allseitig gleichmäßig mit Schallstrahlen erfüllt ist und daß die Schallschluckung gleichmäßig im Raum verteilt ist. Beides ist in Wirklichkeit nicht und es ist noch festzustellen, in welcher Richtung die durch diese vereinfachenden Annahmen bedingten Fehler liegen. Eine einfache Überlegung zeigt, daß man unter normalen Verhältnissen mit einer etwas geringeren Richtwirkung auskommen wird, die durch Abb. 3 gegebenen auskommen wird. Die Abb. 6 veranschaulicht, wird durch eine gerichtete Schallquelle die Energie bevorzugt in die Hörerschaft gestrahlt, wobei erheblich mehr als 90% der Energie verschluckt werden. Es wird also bei der Reflexion mehr Schallenergie vernichtet, als es bei einer gleichmäßig verteilten Schallschluckung der Mittel der Fall wäre. Damit wird die Nachhallenergie in Wirklichkeit geringer, als nach den Voraussetzungen der Rechnung. Dies gilt natürlich nur in den üblichen Fall, daß sich auf dem Boden des Raumes eine größere Zuhörerschaft befindet oder daß, allgemeiner ausgedrückt, der Boden stärker schallschluckend ist als die übrigen Flächen. Für einen Raum, in welchem nur einzelne Hörer auf einem einflußboden vorhanden sind und dessen Decke stark schallschluckend ist, wären die Verhältnisse umgekehrt. Es wird hier eine etwas größere als die durch Abb. 3 gegebene Richtwirkung erforderlich sein. Schließlich ist noch die Wirkung gerichteter Strahlung auf störende Reflexionen zu prüfen. Solche störenden Reflexionen entstehen meist durch eine einzige Reflexion an Rückwand oder Decke, wodurch

Hörer Schallenergie mit zu großem Umweg und zu großer Lautstärke erhalten. Wenn durch Richtwirkung der Schallquelle die der Hörerschaft unmittelbar zugestrahlte Energie erhöht und die in den übrigen Raum abgestrahlte Energie vermindert wird, so werden auch die störenden Reflexionen verhältnismäßig weniger wirksam sein. Man kann also durch die geschilderten Maßnahmen auch die Wirkung störender Reflexionen unterdrücken.

#### Zusammenfassung.

Die Wirkung einer Schallquelle, welche mit Richtwirkung bevorzugt in die Hörerschaft strahlt, wird nach den Methoden der statistischen Raumakustik rechnerisch untersucht. Dabei zeigt sich, daß durch Ausnutzung von Richtwirkung auch in Räumen mit verhältnismäßig großer Nachhalldauer eine gute Verständlichkeit für Sprache zu erzielen ist. Der Zusammenhang zwischen Richtwirkung der Schallquelle, ausgedrückt durch das Verhältnis  $\beta$  der Schallstärke innerhalb der Hörerschaft bei gerichteter Schallquelle zur Schallstärke bei unbeeinflußt strahlender Schallquelle und zulässiger Nachhalldauer, wird berechnet und unter Zugrundelegung üblicher Verhältnisse graphisch dargestellt.

**Literatur.** [1] CALFAS, P.: Génie civ. **91**, 421 (1927) 2. — [2] DARMER, K. F.: Akust. Z. **6**, 313 (1941). — [3] FOKKER, A. D. u. M. J. O. STRUTT: Arch. Musée Teyler **7**, 77 (1930). — [4] JÄGER, G.: Wien. Akad. Ber. Math.-naturw. Kl., Abt. IIa **1911**, 613. — [5] MULDER, A. J. M.: Physica, Haag **12**, 311 (1932). — [6] OSSWALD, F. M.: Schweiz. Bauztg. **90**, 59 (1927); **91**, 421 (1927). — [7] SABINE, W. C.: Amer. Arch. a. Building News **68** (1900). — [8] STRUTT, M. J. O.: Handbuch der Experimentalphysik, Bd. XVII, Teil 2, S. 456. Leipzig 1934. (Dort weitere Literaturangaben.) — [9] VERMEULEN u. BOER: Philips techn. Rdsch. **1**, 52 (1936).

Dr. ERICH WINTERGERST, (13 b) München 2,  
Techn. Hochschule.

## Thermospannungen am Kontakt mit einmolekularer Fremdschicht im einmetallischen Kreis.

Von ISOLDE DIETRICH.

(Kontaktuntersuchungen III aus dem Physikalischen Institut der Universität München\*.)

Mit 5 Textabbildungen.

(Eingegangen am 17. Dezember 1948.)

Wiederholt wurde festgestellt, daß im einmetallischen Stromkreis bei stark unsymmetrischer Temperaturverteilung Thermoströme auftreten. Ob sich dieser Effekt auch bei flüssigen Metallen zeigt, ist noch umstritten. Bei festen Materialien wurde der notwendige Temperaturgradient häufig mit Hilfe eines Drosselkreuzes erzeugt, das heißt zweier gekreuzt aufeinanderliegender Drähte aus dem gleichen Metall. Einer der beiden Drähte wurde erhitzt.

Die hier und bei sonstigen Versuchen ähnlicher Art auftretende Thermospannung wurde von BENEDICKS als Effekt des homogenen Materials im starken Temperaturgefälle aufgefaßt [1]. Andere Autoren bezweifelten die Existenz dieses „thermoelektrischen

Homogeneffektes“, des sog. „BENEDICKS-Effektes“ [2]. Sie nehmen an, daß die Thermospannung auf Inhomogenitäten im Material bzw. auf die Wirkung einer Schicht auf der Oberfläche des Metalls zurückzuführen sei (die als thermoelektrisch verschieden vom gewöhnlichen Material aufgefaßt wird), daß also der MAGNUSsche Satz, vom Verschwinden der Thermoströme im homogenen Stromkreis, nach wie vor seine Gültigkeit habe.

#### 1. Theoretische Grundlagen.

In einer theoretischen Untersuchung hat neuerdings KOHLER [3] einen anderen Standpunkt vertreten, der viel für sich hat. KOHLER setzt voraus, daß die Oberfläche des untersuchten Metalls mit einer nichtleitenden Fremdschicht bedeckt ist, wobei die Dicke der Schicht von der Größenordnung eines Moleküldurchmessers ist. Er stellt mit Hilfe elektronentheoretischer Überlegungen fest, daß dann in einem einmetallischen Kreis, der einen mit einer derartigen Fremdschicht bedeckten Kontakt enthält,

\* Aus dem Physikalischen Institut der Universität München sind in dieser Zeitschrift über Kontakte bisher folgende Arbeiten erschienen: I. DIETRICH und E. RÜCHARDT, Feinveränderung an Abhebekontakten, Z. angew. Phys. **1**, 1 (1948). — J. BRANDMÜLLER und H. HEUMANN, Untersuchungen über das Kontaktrauschen und das Kontaktbeben, I. Teil, Z. angew. Phys. **1**, 139 (1948). Diese beiden Arbeiten werden in Zukunft mit I und II zitiert.



Thermospannungen auftreten müssen, falls an der Kontaktstelle ein Temperatursprung vorhanden ist.

Um die einzelnen Ergebnisse der KOHLERSchen Arbeit verständlich zu machen, muß etwas auf die Untersuchungen über den Widerstand im einmetallischen Kontakt eingegangen werden.

Für den Kontaktwiderstand  $W$  zwischen gekreuzten Drähten aus dem gleichen Metall gilt nach HOLM [4] sobald der Kontakt mit einer dünnen Fremdschicht bedeckt ist:

$$W = \frac{\rho}{2a} + \frac{\sigma_1}{\pi a^2}, \quad (1)$$

$\rho$  = spezifischer Widerstand,  
 $a$  = Radius der Kontaktfläche,  
 $\sigma_1$  = spezifischer Hautwiderstand.

Dabei gibt  $\rho/2a$  den Engewiderstand, d. h. den Gesamtwiderstand im fremdschichtfreien Kontakt,  $\sigma_1/\pi a^2$  den Hautwiderstand des Kontaktes an. Für

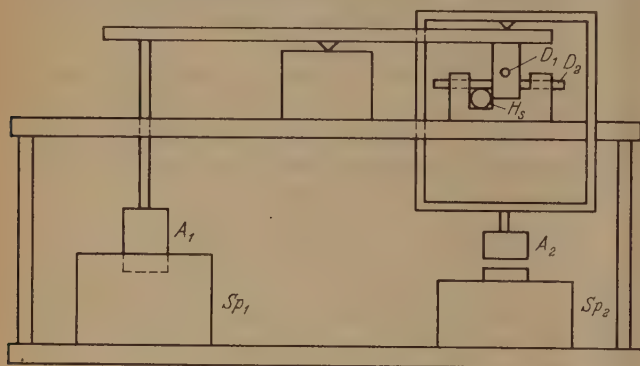


Abb. 1. Skizze der Kontaktwaage.

den Hautwiderstand spielt nun der spezifische Widerstand der Schicht keine Rolle, da die Leitfähigkeit durch den wellenmechanischen Tunneleffekt bedingt wird. Die Schicht kann z. B. auch aus einem engen Vakuumspalt bestehen.

Aus KOHLERS Berechnungen geht hervor, daß die Fremdschicht eine thermische Leitfähigkeit besitzt, ebenfalls verursacht durch den Tunneleffekt und daß für das Verhältnis der beiden Leitfähigkeiten das WIEDEMANN-FRANZsche Gesetz mit genau demselben Zahlenwert gilt, der sich für dieses Verhältnis bei einem homogenen Metall für höhere Temperaturen ergibt.

Wir können daher in Analogie zum spezifischen Hautwiderstand  $\sigma_1$  [ $\Omega \text{ cm}^2$ ] einen spezifischen thermischen Hautwiderstand  $\sigma_2$  [ $\frac{\text{Grad cm}^2}{W}$ ] definieren, für den entsprechend dem WIEDEMANN-FRANZschen Gesetz

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k}{e} \right)^2 T \left[ \frac{V^2}{\text{Grad}} \right]$$

gelten soll.

Mit  $k$  BOLTZMANN-Konstante  $1,38 \cdot 10^{-23}$  [ $\frac{W \text{ sec}}{\text{Grad}}$ ] und  $e$  Elektronenladung  $1,6 \cdot 10^{-19}$  [Coul] ergibt sich bei etwa  $300^\circ \text{K}$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 7,5 \cdot 10^{-6} \sim 10^{-5} \left[ \frac{V^2}{\text{Grad}} \right].$$

Alle Gesetzmäßigkeiten, die für den vom elektrischen Strom durchflossenen Kontakt gefunden wurden, müssen nach KOHLERS Überlegungen auch für den Wärmestrom gelten.

Infolge des Wärmewiderstands tritt im wärmedurchflossenen Kontakt in der Tat an der Kontaktstelle ein Temperatursprung auf. Außerdem ergibt sich eine Thermospannung  $V$  an der Kontaktstelle, die nach KOHLER proportional dem Temperatursprung  $\Delta T$  ist. In abgekürzter Schreibweise lautet die von KOHLER für die Thermospannung gefundenen Beziehung<sup>1</sup>:

$$V = (\mu - B) \cdot \Delta T = c \Delta T. \quad (2)$$

Dabei bedeutet  $\mu$  den THOMSON-Koeffizienten des betreffenden Metalls,  $B$  eine Größe, die in etwas komplizierter Weise die Durchlässigkeit der Fremdschicht für Elektronen kennzeichnet. Ihre Abschätzung aus der Theorie wird später angegeben.  $c$  ist die Thermokraft, d. h. die thermoelektrische Potentialdifferenz je  $1^\circ$  Temperatursprung.

Es sollten nun in erster Linie folgende Fragen beantwortet werden:

1. Ist die am einseitig erwärmten Kontakt auftretende Spannung tatsächlich durch eine einmolekulare Fremdschicht auf den Kontaktgliedern bedingt, verschwindet also die Spannung an einem reinmetallischen Kontakt?
2. Gelten für einen vom Wärmestrom durchflossenen Kontakt tatsächlich analoge Gesetzmäßigkeiten wie für einen vom elektrischen Strom durchflossenen?
3. Gilt insbesondere das WIEDEMANN-FRANZsche Gesetz?

## 2. Abhängigkeit der Thermospannung von der Reinheit der Oberfläche.

Zur Prüfung, ob eine Fremdschicht die im starken Temperaturgefälle am Kontakt auftretende Thermospannung verursacht, mußte ein Metall verwendet werden, bei dem eine fremdschichtfreie Oberfläche in Luft herstellbar ist.

Messungen des Kontaktwiderstandes in Abhängigkeit von der Kontaktlast, z. B. an gekreuzten Drähten, geben Auskunft darüber, inwieweit der Kontakt rein metallisch ist. Untersuchungen auf diesem Gebiet wurden erstmalig von HOLM und MEISSNER [5] ausgeführt. Ein empfindlicheres Kriterium für die Reinheit der Oberfläche ergibt die Messung der Haftkraft der Kontaktglieder aneinander. Nur bei den Drähten, bei denen nach der Widerstands-Lastabhängigkeit auf reinmetallischen Kontakt zu schließen ist, erhält man unter Umständen, nämlich dann, wenn die Oberfläche mit einer Stahlschneide vorsichtig frisch geschabt wurde, starke Haftkräfte [6].

An Golddrähten konnten in unserem Institut durch geeignete Behandlung reinmetallische Oberflächen an Luft am besten hergestellt werden. Deshalb wurde Feingold als Versuchsmaterial verwendet.

Die Versuchsanordnung wurde nun so gewählt, daß sämtliche Messungen, Bestimmung des Kontaktwiderstandes in Abhängigkeit von der Kontaktlast, Bestimmung der Haftkraft und Bestimmung der bei unsymmetrischer Erwärmung auftretenden Thermospannung an der gleichen Kontaktstelle durchgeführt werden konnten. Die Apparatur, die für die Haftkraftmessung benützt wurde, wurde mit wenigen Änderungen wieder verwendet [6]. Es handelt sich dabei um eine Kontaktwaage (Abb. 1), bei der der

<sup>1</sup> Vgl. die Gl. (4) der KOHLERSchen Arbeit [3].



der gekreuzten Drähte  $D_1$  an einem auf Spitzen gelagerten Waagebalken festgeklemt, während der andere Draht  $D_2$  auf einem festen Sockel eingespannt ist. Die Belastung und Entlastung erfolgte magnetisch, um sie kontinuierlich und erschütterungsfrei durchführen zu können. Bei Haftkraftmessungen wurde der Kontakt zuerst belastet mit Hilfe der Magnetspule  $Sp_2$  und dann nach Entlastung die Haftkraft mit Hilfe der Magnetspule  $Sp_1$  bestimmt, falls nötig ist, um den Kontakt wieder aufzureißen. Die einseitigen Erwärmung des Kontaktes diente eine kleine Heizspule, die im festen Sockel unterhalb des Kontaktdrahtes angebracht war.

Der Kontaktwiderstand wurde nach der Potentialmethode mit dem Galvanometer im Nebenschluß am Kontakt gemessen. Ein Schema der Schaltung ist in Abb. 2.

Nach Abschaltung des durch den Kontakt geleiteten Stromes und Einschaltung des Heizstromes folgte die Messung der Thermospannung mit dem gleichen Galvanometer. Nicht die gesamte Thermospannung  $V$ , sondern die Differenz der Spannung  $\Delta V$  einer beliebigen Kontaktlast gegenüber der Spannung bei 500 p Belastung wurde gemessen. Die Messung der Differenz  $\Delta V$  erwies sich als günstig, da diese Weise sonstige mögliche Thermospannungen, die im Galvanometerkreis auftreten konnten, eliminiert wurden. Die Lastabhängigkeit der Thermospannung erklärt sich ohne weiteres, da die Thermospannung vom Temperaturgradienten im Kontakt, vom Temperaturgradient von der Größe der Kontaktfläche und die Größe der Kontaktfläche von der Kontaktlast abhängt.

Es wurden nun anfänglich die Kontaktlast-Kontaktwiderstandsabhängigkeit die sog. Neukurve, bestimmt und dann die Änderung der Thermospannung  $\Delta V$  bei Verkleinerung der Kontaktfläche, die aus dem Kontaktwiderstand bestimmbar ist, gemessen. Es zeigte sich, daß bei Golddrähten im Anlieferungszustand und bei Golddrähten, die geschabt, aber, wie aus der Neukurve hervorging, noch mit einer dünnen Fremdschicht bedeckt waren,  $\Delta V$  mit abnehmender Last oder wachsendem Kontaktwiderstand  $W$  anstieg, d. h. größere positive Werte für  $\Delta V$  gemessen wurden. Die Thermospannung wurde in Anlehnung an BENEDICKS als positiv bezeichnet, wenn der Thermostrom vom wärmeren zum kälteren Metall fließt. Das war bei Gold der Fall. (Bei Platin, an dem ebenfalls einige Probemessungen durchgeführt wurden, wurde  $\Delta V$  mit wachsendem Kontaktwiderstand negativ).

Es erwies sich für die erste Übersicht als günstig  $\Delta V$  in Abhängigkeit von  $\log W/\rho$  aufzutragen (Abb. 3), weil der Widerstand  $W$  bei dem verwendeten Lastbereich von etwa 2 p bis 0,5 kp über 3 Zehnerpotenzen variiert.  $W/\rho$  kann als ungefähres Maß für  $1/2a$  angesehen werden. Die Werte von  $\Delta V$  zeigen zwar für derartige Messungen charakteristische Streuung, liegen aber auf zwei nur wenig gekrümmten Kurven. Es standen 2 Goldsorten zur Verfügung, die zu verschiedenen Zeiten von HAEREUS geliefert worden waren und aus verschiedenen Schmelzen stammten. Die eine Drahtsorte war härter, die andere weicher. Bei dem härteren Material war die Thermospannung größer. Verschiedene Oberflächenbehandlung war ohne Einfluß auf  $\Delta V$ . Die Messungen

wurden allerdings meist erst nach längerem Lagern der Drähte an Luft vorgenommen. Wurden die Messungen gleich nach der Reinigung ausgeführt, so zeigten sich sehr starke Schwankungen. Bei frischgeschabten Drähten, die so sauber waren, daß auch starkes Haften auftrat, war in etwa 10% aller Fälle die Änderung der Thermospannung auch bei starker Änderung des Kontaktwiderstandes nicht meßbar (d. h. kleiner als  $3 \cdot 10^{-7}$  V). Dies ist so zu deuten, daß die Thermospannung am Kontakt verschwindet, wenn die Kontaktstelle ganz frei von Resten einer Fremdschicht ist. Das Verschwinden der Thermospannung scheint demnach ein noch weit empfindlicheres Kriterium für die Reinheit der Oberfläche zu sein als das Auftreten von Haftkräften.

An der gleichen Kontaktstelle konnte nach einigen Öffnungen des Kontaktes wieder das Auftreten einer definierten Thermospannung festgestellt werden, auch

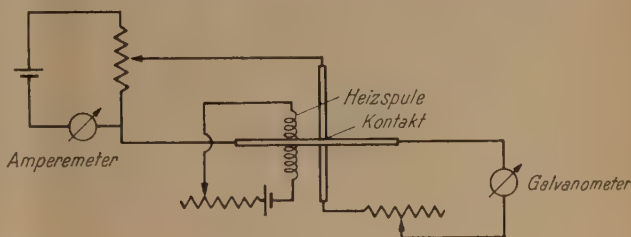


Abb. 2. Schaltskizze.

die Haftkraft wurde dann meistens klein. Das steht mit Erfahrungen in Übereinstimmung, die bei uns und an anderer Stelle gemacht wurden [7], daß durch stromlose Betätigung von Kontakten eine rasche Schichtbildung und Widerstandssteigerung erfolgt. Als Ursache wurde Reiboxydation vermutet. Abb. 4 zeigt ein Beispiel.

Die Änderung der Thermospannung  $\Delta V$  wurde zuerst bei frischgeschabten Drähten bestimmt, also die Thermospannung bei einer sehr kleinen Kontaktlast (etwa 1 p), dann bei einer Kontaktlast von 500 p gemessen.  $\Delta V$  war verschwindend klein. Daraufhin wurde der Kontakt einmal geöffnet und die oben beschriebene Messung an der gleichen Kontaktstelle wiederholt.  $\Delta V$  war bereits  $2 \cdot 10^{-6}$  V. Nun wurde der Kontakt wieder einige Male geöffnet und geschlossen, worauf die Messung von  $\Delta V$  den für eine dünne Schicht bei diesem Lastunterschied charakteristischen Wert von etwa  $6 \cdot 10^{-6}$  V ergab, wie aus Abb. 4 zu ersehen ist.

Daraus ist zu schließen, daß die Thermospannung am Kontakt nicht, wie BENEDICKS annimmt, durch einen „thermoelektrischen Homogeneffekt“ verursacht wird; denn dieser dürfte bei reinen Oberflächen nicht verschwinden. Es ist demnach eine dünne Fremdschicht für die im einmetallischen Kreis auftretende Thermospannung verantwortlich. Dieser Versuch läßt keine Entscheidung darüber zu, ob es sich um eine gewöhnliche Thermospannung handelt, bei der die Fremdschicht als zweiter Leiter wirkt, oder ob die Thermospannung an einer nichtleitenden Schicht infolge des Tunneleffektes zustande kommt, wie KOHLER meint. Das letztere ist aber sehr wahrscheinlich, da eine einmolekulare nichtleitende Schicht, die an der Oberfläche von Metallen bei verschiedenen Untersuchungen nachgewiesen ist, nicht als ein zweiter Leiter angesehen werden kann.



### 3. Weitere Diskussion der Versuchsergebnisse im Hinblick auf die KOHLERSche Arbeit.

Man kann nun ganz analog zum elektrischen Hautwiderstand für den thermischen Kontaktwiderstand  $W_T$  schreiben:

$$W_T = \frac{1}{2\lambda a} + \frac{\sigma_2}{\pi a^2}, \quad (3)$$

$\lambda$  = Wärmeleitzahl,  
 $\sigma_2$  = spezifisch-thermischer Hautwiderstand.

Für den Temperatursprung  $\Delta T$  infolge des thermischen Hautwiderstands  $\sigma_2/\pi a^2$  gilt:

$$\Delta T = \frac{\sigma_2 2\lambda T_{12}}{\pi a + 2\lambda \sigma_2}, \quad (5)$$

oder für den reziproken Wert:

$$\frac{1}{\Delta T} = \frac{\pi}{\sigma_2 2\lambda T} a + \frac{1}{T_{12}}.$$

Nun ist nach Formel (2)  $\Delta T$  proportional  $V$ ,  $V = c\Delta T$ , also

$$\frac{1}{V} = \frac{\pi}{c\sigma_2 2\lambda T_{12}} a + \frac{1}{cT_{12}}. \quad (6)$$

Formel (6) läßt sich nun experimentell nachprüfen.  $1/V$  muß sich als linear abhängig vom Radius der Kontaktfläche ergeben.  $a$  läßt sich aus dem Wert des Kontaktwiderstands  $W$  nach (1) berechnen, wobei für  $\sigma_1$  der von uns und anderen in früheren Messungen an Gold gefundene Wert  $\sigma_1 = 5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^2 \Omega$  eingesetzt wurde.

Bei unseren Messungen wurde nicht die Gesamtthermospannung  $V$  in Abhängigkeit von der Last, sondern die Differenz  $\Delta V$  gegen die Thermospannung bei der Fläche, die von einer Kontaktlast von 0,5 kp erzeugt wird, gemessen  $V - \Delta V = V'$ , die Gesamtthermospannung für 0,5 kp hat für ein bestimmtes Material und für eine bestimmte Temperaturdifferenz der Endflächen  $T_{12}$  einen konstanten Wert, der für frischgeschabte Drähte gemessen werden konnte. Bei frischgeschabten Drähten war, wie schon erwähnt, unter Umständen keine Thermospannung vorhanden. Der Ausschlag  $S_0$  des Galvanometers, der in diesem Fall unabhängig von der Last war, zeigte die sonstigen Spannungen im Galvanometerkreis an. Nach einigen Kontaktöffnungen, nachdem sich wieder eine einmolekulare Schicht gebildet hatte, erlangte die Thermospannung im Kontakt wieder den für eine solche Fremdschicht auf der Oberfläche charakteristischen Wert. Der Ausschlag des Galvanometers bei 0,5 kp Kontaktlast war nun  $S$ . Aus der Differenz der beiden Ausschläge  $S - S_0$  konnte  $V'$  bestimmt werden. Hieraus erhielt man die gesuchte Größe  $V = V' + \Delta V$  bei jeder anderen Last.

Abb. 5 zeigt das Ergebnis ( $1/V$  als Funktion von  $2a$ ). Wie man sieht, liegen die Meßpunkte tatsächlich auf einer Geraden. Einige Werte von  $V'$  sind ebenfalls angegeben.

Aus den Kurven in Abb. 5 kann nun die Thermokraft  $c$ , d. h. die Thermospannung je Grad, ermittelt

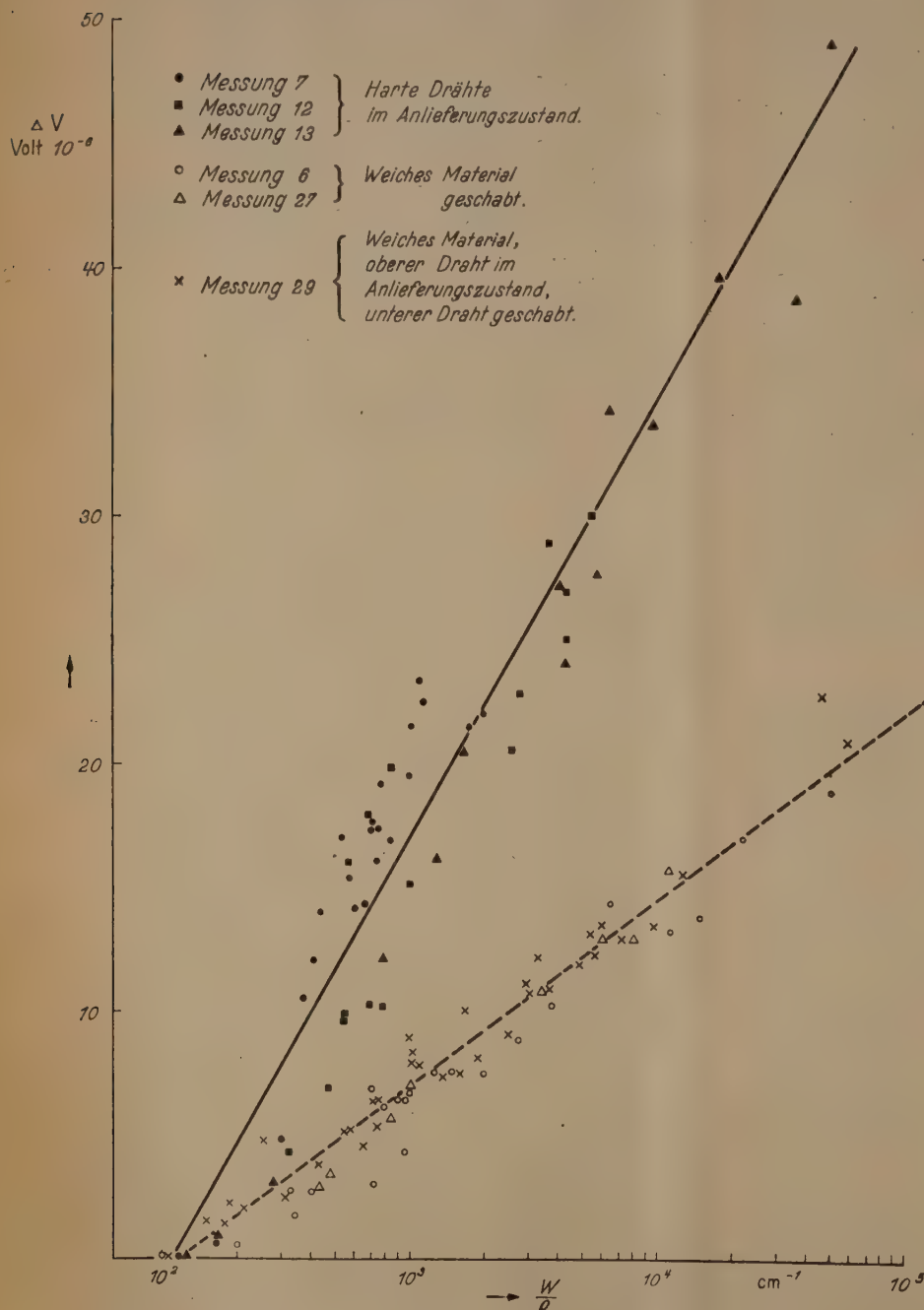


Abb. 3. Thermospannung in Abhängigkeit vom Kontaktwiderstand. (Nähere Erklärung im Text.)

Analog zum OHMSchen Gesetz muß gelten

$$Q = \frac{T_{12}}{W_T} \quad (4)$$

oder

$$Q = \frac{\lambda 2\pi a^2 T_{12}}{\pi a + 2\lambda \sigma_2}$$

$Q$  = Wärmestrom durch den Kontakt  
 $T_{12}$  = Temperaturdifferenz der Endflächen der Kontakt-drähte.



den, wenn  $T_{12}$ , die Temperaturdifferenz der Enden bekannt ist.  $T_{12}$  wurde bestimmt mit Hilfe einer Konstantanfolie, die zwischen die Golddrähte gemittelt wurde. Unter Benützung des auf diese Weise gebildeten Thermoelements wurde bei sehr kleiner Berührungsfläche die Temperaturdifferenz zwischen oberer und unterer Drahtoberfläche gemessen. Mit zunehmender Berührungsfläche nähert sich der Wert der Thermospannung einem Grenzwert, was nach (5) für  $a \rightarrow 0$  zu erwarten war. Die Eichung des Thermoelements erfolgte mit Hilfe eines Goldkontaktes und eines Konstantandrahtes, aus den bei dem Versuch verwendeten Materialien. Der auf diese Weise gefundene Wert von  $T_{12}$  war  $40^\circ$ . Eine Kontrolle der Temperaturmessung wurde noch auf andere Weise vorgenommen, die wir hier übergehen.

Mit Hilfe der Kurven in Abb. 5 kann man auf den Wert von  $1/V$  für  $a = 0$  extrapolieren, den wir mit  $1/V_0$  bezeichnen.  $1/V_0$  entspricht einem Temperaturunterschied, der gleich der Temperaturdifferenz der Enden  $T_{12}$  ist. Aus (6) folgt für  $a = 0$ :

$$V_0 = c \cdot T_{12} = (\mu - B) T_{12}.$$

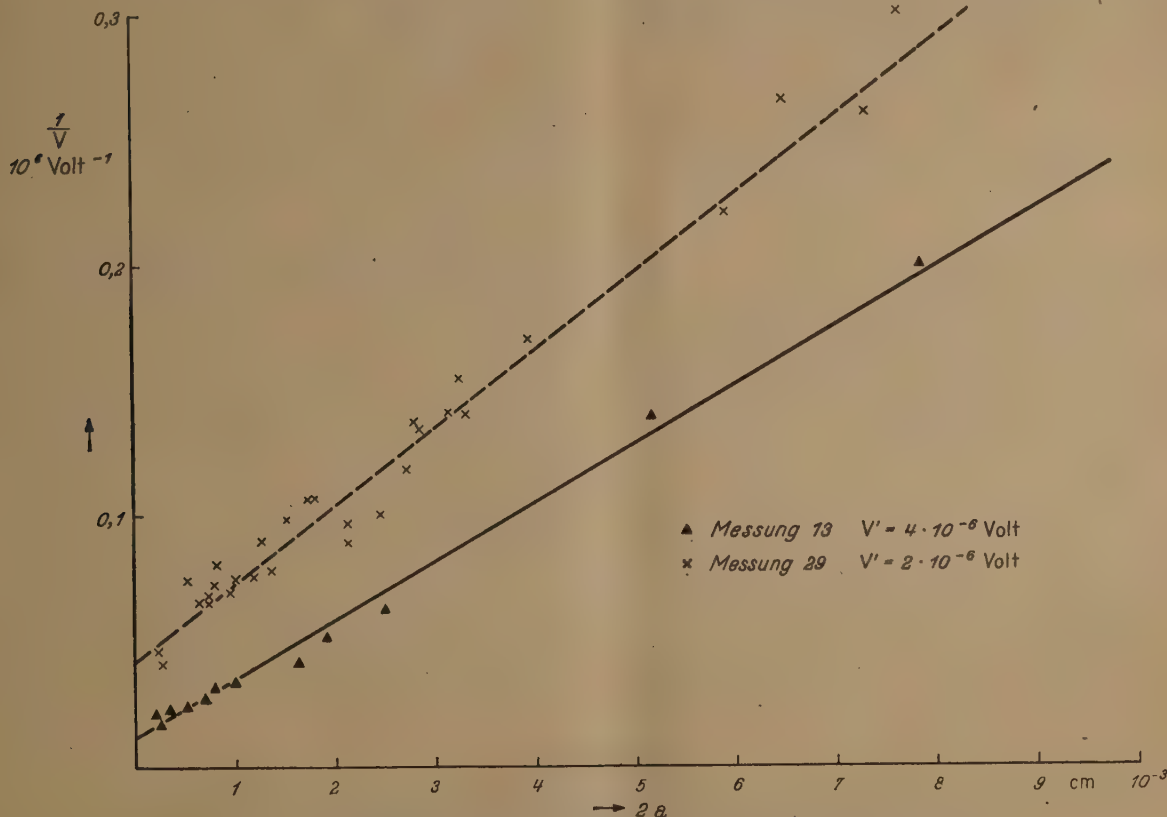


Abb. 5. Reziproke Thermospannung in Abhängigkeit vom Durchmesser der Kontaktfläche.

hieraus ergibt sich  $c$  zu ungefähr  $10^{-6}$  V/Grad. Dieser Wert ist von gleichem Vorzeichen und von gleicher Größenordnung wie der THOMSON-Koeffizient  $\mu$  für Gold. Dies besagt, daß  $|B|$  kleiner oder von gleicher Größenordnung wie  $|\mu|$  sein muß.

Der Wert von  $B$  läßt sich aus der Theorie abschätzen weil der Durchlässigkeitskoeffizient  $D$  der Schicht für Elektronen als Funktion ihrer Energie in Richtung des Wärmestromes angenähert bekannt ist. Wir haben für die Abschätzung den von HOLM und LIRSCHSTEIN [8] angegebenen Ausdruck für  $D$  mit Berücksichtigung der Bildkraft benutzt. Der gleiche

Ausdruck wird dort zur Berechnung von  $\sigma_1$  verwendet und führt zu einem mit dem Experiment übereinstimmenden Ergebnis. Unsere Abschätzung ergab bei

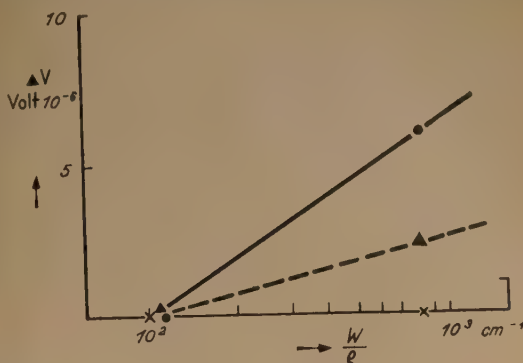


Abb. 4. Thermospannung am frisch geschabten Draht. x Frisch geschabte Drähte (Haften); Δ dieselbe Kontaktstelle nach einer Unterbrechung; ● dieselbe Kontaktstelle nach mehreren Unterbrechungen.

Benutzung der Materialwerte für Gold  $B \sim -3$  bis  $-6 \cdot 10^{-6}$  V/Grad, d. h. in der Tat einen Wert, der dieselbe Größenordnung wie der THOMSON-Koeffizient

hat. Nach BORELIUS und GUNNARSON ist  $\mu = 1,6 \cdot 10^{-6}$  V/Grad bei  $300^\circ$  absolut für Gold. Die Thermokraft stimmt also auch nach der Theorie sowohl vorzeichenmäßig als größenmäßig mit dem THOMSON-Koeffizienten überein.

Abb. 5 zeigt, daß  $c$  für weiches Gold kleiner ist ( $0,6 \cdot 10^{-6}$  V/Grad) als für hartes ( $1,8 \cdot 10^{-6}$  V/Grad). Dies ist wohl darauf zurückzuführen, daß beide Materialien nicht aus der gleichen Schmelze stammen. Der Wert des THOMSON-Koeffizienten ist erfahrungsgemäß sehr stark abhängig von kleinen Verunreinigungen. Außerdem hängt  $\mu$  auch von der Härte des



Materials ab. Da nun  $c$  wesentlich durch  $\mu$  bestimmt ist, ist ein derartiger Unterschied der Thermokräfte der beiden Drahtsorten verständlich.

#### 4. Thermischer Hautwiderstand und WIEDEMANN-FRANZSESches Gesetz.

Aus der Steigung  $b$  der Geraden in Abb. 5 kann nun auch der spezifische thermische Hautwiderstand  $\sigma_2$  näherungsweise berechnet werden. Da der Wert des spezifischen elektrischen Hautwiderstands  $\sigma_1$  annähernd bekannt ist, kann ferner nachgeprüft werden, ob der Zahlenwert des WIEDEMANN-FRANZSESchen Gesetzes tatsächlich mit dem bei homogenen Metallen übereinstimmt, ob also bei etwa  $300^\circ$  absolut

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \sim 10^{-5} \frac{\text{V}^2}{\text{Grad}}$$

ist.

Aus Gl. (6) folgt für

$$\sigma_2 = \frac{\pi}{4\lambda b T_{12} c} = \frac{\pi}{V_0 4b\lambda} = 3,5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{cm}^2 \text{ Grad}}{\text{W}},$$

wenn für  $\lambda$  der für Gold gültige Wert  $\lambda = 3,1 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{Grad}^{-1}$  und für  $1/V_0$  der aus Abb. 5, Messung 29 entnommene Wert  $1/V_0 = 4,4 \cdot 10^4 \text{ V}^{-1}$ ,  $b = 3,1 \cdot 10^7 \text{ V}^{-1} \text{ cm}^{-1}$  eingesetzt wird. Hieraus findet man:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ V}^2/\text{Grad},$$

oder falls  $\sigma_2$  aus Messung 13 berechnet wird:

$$\sigma_2 = 1,5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{cm}^2 \text{ Grad}}{\text{W}}$$

und

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ V}^2/\text{Grad}.$$

Der Quotient aus dem spezifischen elektrischen und thermischen Widerstand bei homogenen Metallen ergibt sich also aus der Messung als größenordnungsmäßig gleich dem des spezifischen elektrischen und thermischen Hautwiderstandes, der infolge des Tunneleffekts auftreten soll. Dies scheint für die Richtigkeit der KOHLERSchen Auffassung zu sprechen. Eine Übereinstimmung mit der theoretischen Konstanten des WIEDEMANN-FRANZSESchen Gesetzes, die besser wäre als größenordnungsmäßig, kann schon deshalb nicht erwartet werden, weil  $\sigma_1$  für die untersuchten Drähte nicht eigens bestimmt wurde. Der Hautwiderstand kann für harte und weiche Drähte

sehr wohl etwas verschieden sein. Der von uns benutzte Wert  $\sigma_1 = 5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^2 \Omega$  ist ein Mittelwert, der früheren ziemlich mühsamen Messungen entstammt.

#### Zusammenfassung.

Es wurde experimentell nachgewiesen, daß die an einem Drosselkreuz aus Feingold bei einseitiger Erwärmung beobachtete Thermospannung die Existenz einer dünnen Fremdschicht zwischen den Kontaktgliedern zur Voraussetzung hat. Die Größe der Thermokraft stimmt nach Vorzeichen und Größenordnung mit KOHLERS Berechnung überein. Für den Hautwiderstand der Schicht gilt das WIEDEMANN-FRANZSESche Gesetz, ebenfalls in Übereinstimmung mit der Theorie.

Vielleicht kann der untersuchte thermoelektrische Effekt an homogenen Materialien allgemein zum Nachweis dünner (monomolekularer) Fremdschichten auf Metalloberflächen verwendet werden. Dieser Nachweis ist viel empfindlicher als die Untersuchung der Lastabhängigkeit des Widerstands und auch empfindlicher als Haftkraftmessungen.

Ob neben der beobachteten Thermokraft auch ein echter thermoelektrischer Homogeneffekt im Sinne von BENEDICKS existiert, geht aus dieser Untersuchung nicht mit Bestimmtheit hervor. Jedenfalls müßte ein derartiger Effekt um Größenordnungen kleiner sein. Neuere Untersuchungen von BENEDICKS an flüssigem Quecksilber liefern weiteres Material zu dieser Frage [9].

Herrn Prof. E. RÜCHARDT möchte ich an dieser Stelle für die wertvollen Ratschläge danken. Mein weiterer Dank gilt dem Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus, das mir ein Stipendium zur Verfügung stellte.

**Literatur.** BENEDICKS, C.: *Ergebn. exakt. Naturw.* 8, 31 (1929). — [2] BORELIUS, G.: *Ann. Phys.* 60, 387 (1919). — TERADA, T., T. TSUTSUI u. M. FAMANO: *Proc. imp. Acad. Jap.* 3, 507 (1927). — FRASER, M.: *Phil. Mag.* 25, 785 (1938). — [3] KOHLER, M.: *Ann. Phys.* 38, 542 (1940). — [4] HOLM, R.: *Die technische Physik der elektrischen Kontakte*. Berlin 1941. — [5] HOLM, R. u. W. MEISSNER: *Z. Phys.* 74, 715 (1932); 86, 787 (1933). — [6] SCHLÄFER, R.: *Die Kohäsion an Gold*, ermittelt aus Haftversuchen an Golddrähten. Diss. München 1948. — Außerdem eine demnächst in dieser Zeitschrift erscheinende Arbeit von E. KAPPLER u. R. SCHLÄFER. — [7] BRANDMÜLLER, J. u. H. HEUMANN: *Z. angew. Phys.* 1, 139 (1948). — [8] HOLM, R. u. B. KIRSCHSTEIN: *Phys. Z.* 36, 882 (1935). — [9] BENEDICKS, C. u. P. SEDERHOLM: *Ark. Mat., Astronom. Fysik*, B 26, H. 13 (1938); A 27, H. 9 (1940).

Dr. ISOLDE DIETRICH, (13b) München 27, Donaust. 23.

## Berichte.

### Anwendungen des Impulsmeßverfahrens auf physikalische Probleme.

Von R. ADOLPH und H. O. KNESER, Göttingen.

Mit 7 Textabbildungen.

(Eingegangen am 9. November 1948.)

Aus allbekannten Gründen ist das Funkmeß- oder Radarverfahren in kürzester Zeit zu großer Höhe entwickelt worden. Unmittelbar nach und zum Teil schon während des Krieges wurde es auch in den Dienst der meteorologischen und astronomischen Forschung gestellt. Seine Anwendung auf rein physikalische Fragen, speziell auf Schallausbreitungsprobleme erfordert nur eine Abänderung des Sendeelementes. Sie wird jetzt an vielen

Stellen betrieben und hat bereits bedeutende Ergebnisse gezeitigt.

Diese Entwicklung ist insofern denkwürdig, als die Ortung eines Zieles mittels der an diesem reflektierten Wellen eigentlich in der Akustik zuerst erfolgreich war: nämlich in Gestalt des Echolotverfahrens, bei dem auf die Richtungsbestimmung vorerst verzichtet werden konnte. Aber auch dieses Problem wurde mit Schallwellen an der Grenze des



bereichs bald gelöst und führte zu Unterwasserungsgeräten, deren Ausbildungsstand heute mit der Radargeräte durchaus vergleichbar sein dürfte.

Die Schwierigkeit, die all diesen Verfahren gemeinsam ist, daß nämlich Sende- und Empfangsanlage nahe benachbart oder identisch sind, und daß letztere während der Signalausendung außer Betrieb gesetzt und bis zum Eintreffen des Echos auf höchste Empfindlichkeit gebracht werden muß, ist bei Schallwellen mit Laufzeiten, die nach Sekunden messen, relativ einfach zu überwinden, worin die raschere Entwicklung der Schallortungsverfahren begründet sein mag. Aus denselben Gründen sind ja auch die elektrischen Wellen zuerst dort zur Ortung benützt worden, wo auf die Richtungsstimmung verzichtet werden kann und große Laufzeiten auftreten; nämlich bei der Erforschung der Ionosphäre.

Von Funkmeß- oder Radarverfahren spricht man heute, seit es nötig wurde, auch die Richtung des reflektierenden Zieles mittels elektromagnetischer Wellen zu bestimmen. Man mußte, um die auslaufenden Wellenbündeln zu können, zu sehr hohen Frequenzen (1000 MHz) übergehen. Viele Einzelheiten des Funkmeßverfahrens sind durch eingehende Darstellungen [1] bekanntgeworden. Der problematische Punkt ist das Sende-Empfangs-Schaltgerät (Abb. 1), das während der kurzen Dauer des Impulses, d. h. während der Sendezeit allein den Sender, während der übrigen Zeit allein den Empfänger mit der Antenne verbindet. In diesem Punkte unterscheiden sich die verschiedenen Systeme wesentlich.

Zur Untersuchung elastischer anstatt elektromagnetischer Wellen braucht nur die Antenne durch einen Piezoquarz ersetzt und die Laufstrecke im Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten, d. h. etwa um den Faktor  $10^{-5}$  verkleinert zu werden. Durch die im gleichen Maße verkleinerte Wellenlänge wird die Bündelung des ausgesandten Wellenzuges sehr erleichtert. Bei einem Quarzplättchen dessen strahlende Fläche etwa  $1 \text{ cm}^2$  mißt, genügt sie meist ohne weiteres den gestellten Forderungen.

Die Anwendung sehr hoher Frequenzen, zu der man beim Radarverfahren gezwungen war, um gute Auflösung zu erzielen, bringt nun bei seiner Umstellung auf Schallwellen eine Reihe von Vorteilen gegenüber den üblichen Verfahren der Ultraschalltechnik mit sich:

1. Die verwendeten Impulse von  $0,5-50 \mu\text{sec}$  enthalten einerseits hinreichend viele Wellenlängen, um die Ausbreitung von Schallwellen definierter Frequenz erkennen zu lassen; andererseits sind die Wellenzüge von so geringer Ausdehnung ( $5-150 \text{ mm}$  in Festkörpern), daß man auch bei geringen Abmessungen des Ausbreitungsmediums Überlagerung und damit Interferenzeffekte vermeiden kann, was besonders für Absorptionsmessungen von Vorteil ist.

2. Für Schallgeschwindigkeitsmessungen ist wesentlich, daß die Impulsdauer klein gegen die Laufzeit ist. Auch dies wird hier dank der Kürze der Impulse ohne Anwendung großer Laufstrecken möglich.

3. Infolge der kurzen Schallwellenlänge wird die „Ortung“ auch sehr kleiner Inhomogenitäten durchführbar (s. unten).

Andererseits wird die Verwendung der Radarfrequenzen für Schalluntersuchungen durch die nach hohen Frequenzen stark anwachsende Absorption erschwert.

Der Meßgenauigkeit sind gewisse prinzipielle Grenzen gesetzt durch die Verwendung begrenzter Wellenzüge. Bei diesen ist die Frequenz nur mit einer

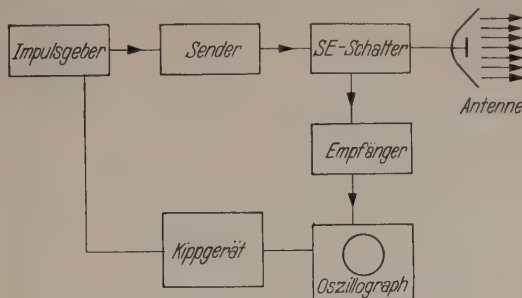


Abb. 1. Blockschema einer Radarapparatur.

Unschärfe von der Größe  $\pm 1/\Delta t$  meßbar ( $\Delta t = \text{Impulsdauer}^1$ ). Für die Messung des Absorptionskoeffizienten (des Druckes  $p$ ), definiert durch  $p_x = p_0 \cdot e^{-\alpha x}$ , der mit der Frequenz quadratisch anwachsen möge ( $\alpha = C \cdot f^2$ )\*, gilt:

$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} = 2 \frac{\Delta f}{f} = \frac{2}{f \cdot \Delta t} = \frac{2}{Z},$$

wobei  $Z$  die Zahl der Perioden angibt, die der Wellenzug enthält. Bei  $15 \text{ MHz}$  und einer Impulsdauer von  $0,5 \mu\text{sec}$  z. B. wird  $Z = 75$ .

Für die Messung der Schallgeschwindigkeit muß in Betracht gezogen werden, daß aus Laufzeit und -weg sich nur die Gruppengeschwindigkeit ( $V_{gr}$ ) ermitteln läßt, während physikalisch nur die Phasengeschwindigkeit ( $V_{ph}$ ) interessiert, die sich von jener um  $\lambda \frac{\partial V_{ph}}{\partial \lambda}$  unterscheidet.

Im  $\text{H}_2$ -Gas, wo bisher die stärkste Dispersion gefunden ist [3], würde dies einen Unterschied von  $3,5\%$  bedingen. In Flüssigkeiten und Festkörpern — und nur in diesen hat sich bisher die Schallgeschwindigkeit mit der Impulsmethodik messen lassen — ist er sicher um mindestens eine Größenordnung geringer. Innerhalb der bisher erreichten Meßfehlergrenzen dürften daher die Messungen  $V_{ph}$  richtig angeben. Ein recht empfindliches, wenn auch nicht quantitatives Reagens auf Dispersion ist ferner die Verformung des Impulses, bzw. der Echozacke. Eine solche ist bei sauberer Justierung nie beobachtet worden.

#### Feste Körper.

Eine besonders fruchtbare Anwendung hat das Radarprinzip in dem als „Reflektoskop“ [4] und [5] bezeichneten Gerät gefunden, das daher hier etwas eingehender beschrieben werden soll. Dieses Gerät läßt heute bereits eine sehr vielseitige Anwendung

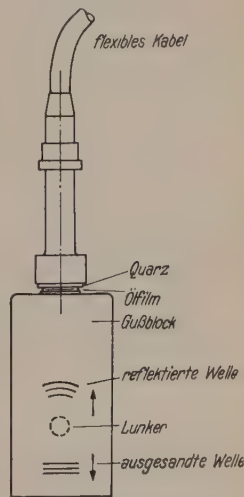


Abb. 2. „Reflektoskop“, schematisch.

<sup>1</sup> Sofern nicht ein Verfahren angewandt wird, das Punkte gleicher Phase zu beobachten erlaubt [2].

\* In Festkörpern gilt weitgehend:  $\alpha$  proportional  $f$  (vgl. S. 386).



zu: Bestimmung der Lage von Lunkern und ähnlichem in Gußblöcken, der Wandstärke von Flüssigkeitsbehältern (Tanks, Kesselwagen usw.) und der Höhe des Flüssigkeitsspiegels, Untersuchung von Achsen, Schienen und anderen Walzerzeugnissen und von Schweißstellen. Bei geeigneter Wahl der Frequenz können auch Aussagen über das Gefüge (Korngröße) gemacht werden. Die Wirkungsweise des Reflektoskops ist der Abb. 2 zu entnehmen. Ein

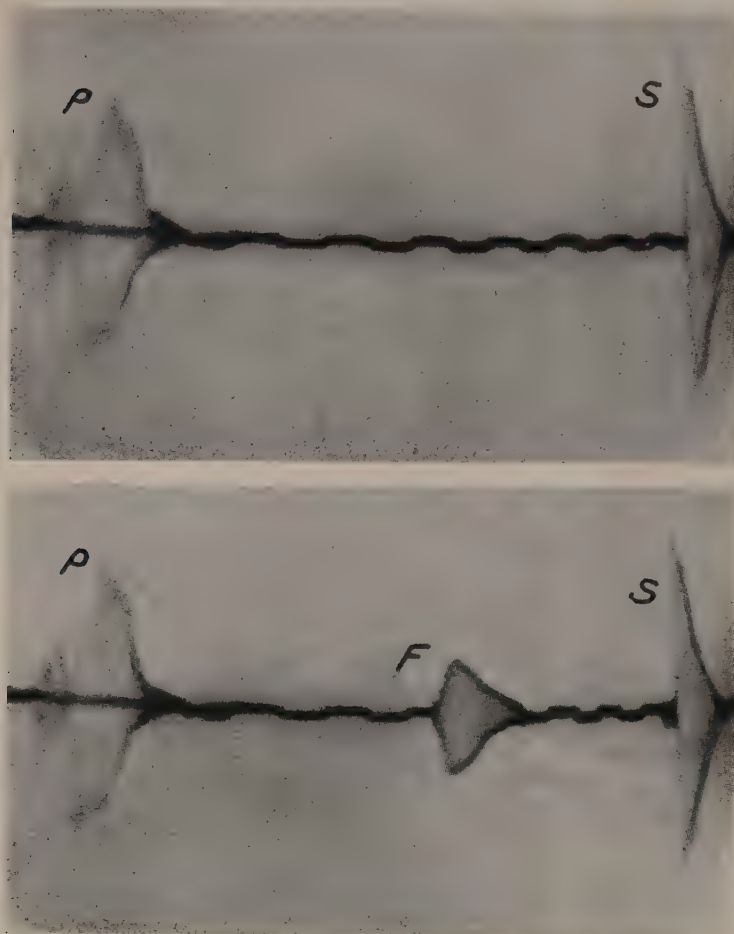


Abb. 3. „Reflektogramm“ einer fehlerfreien und einer fehlerhaften Schweißstelle.

Quarz dient als Wandler zuerst der elektrischen hochfrequenten Impulse (von etwa 5 Wellen bei 5 MHz) in Ultraschallwellen, dann der Wellen, die an der anderen Seite des Prüflings oder an Inhomogenitäten in dessen Innerem reflektiert sind. Abb. 3 gibt die Oszillogramme einer fehlerfreien und einer fehlerhaften Schweißstelle wieder. *P* ist der Primärimpuls und *S* der nach Durchlaufen des Werkstückes reflektierte Impuls. Der vor *S* anlangende Impuls *F* im zweiten Bild läßt auf eine fehlerhafte Schweißung schließen. Die auf der Zeitachse erkennbaren Marken geben bei bekannter Schallgeschwindigkeit ein Maß für die Lage der Störstelle bzw. der Dicke der Wandung. Die Wirkungsweise des Impulsgebers ist aus dem Blockschema Abb. 4 zu erkennen. Die durch das Vertikalablenkgerät gesteuerte Gastriode  $V_1$  schließt den über den Hochohmwiderstand 2 aufgeladenen Kondensator 1 plötzlich kurz. Der Schwingkreis 3 und 4 schwingt gedämpft aus, regelbar durch den Dämpfungswiderstand 5. Mit Hilfe der Gastriode  $V_2$  wird nach einer durch den Zeitverzögerungskreis einstell-

baren Zeit der kleine Widerstand 6 parallel zum Quarz geschaltet, so daß die Schwingungen fast augenblicklich aufhören. Andererseits verhindert der Widerstand 6 einen vollkommenen Kurzschluß des Verstärkereinganges, wenn der reflektierte Impuls eintrifft. Damit der Verstärker nicht durch den Primärimpuls von etwa 500 V zu sehr „verstopft“ wird ist dieser meist auf eine viel höhere Frequenz (etwa das 6fache) und eine Bandbreite entsprechend der Grundfrequenz abgestimmt. Dadurch wird erreicht, daß der Verstärker viel schneller als bei niedriger Abstimmungsfrequenz seine volle Empfindlichkeit wieder erreicht, die zum Nachweis der von den reflektierten Schallimpulsen am Quarz erzeugten Spannung von etwa 0,05 V benötigt wird.

Weiterhin sind die Eigenschaften homogener Festkörper mit kurzzeitigen, hochfrequenten Schallimpulsen eingehend untersucht worden, primär mit dem Ziel, geeignete Materialien und Anordnungen für Verzögerungsglieder („delay-lines“) ausfindig zu machen [6] und [7]. Sie dienen in der Radartechnik unter anderem dazu, Entfernungs- (besser Laufzeit-)markierungen zu liefern, und als „künstliche Ziele“ mit denen ohne Störung durch die schwankenden atmosphärischen Bedingungen Leistungsmessungen vorgenommen werden. Die Verzögerung des elektrischen Impulses wird durch Umwandlung in einen Schallimpuls bewirkt, den man durch einen Festkörper geeigneter Form laufen läßt und dann wieder zurückverwandelt. Auch als Kurzzeitnormalien haben sich Festkörper von gut definierter Länge bewährt [10]. Bei den üblichen Schallgeschwindigkeiten (etwa 5000 m/sec) kommt man mit einfachen Laufstrecken bis zu Verzögerungszeiten von etwa 0,3 msec; darüber hinaus werden mehrfach reflektierte Schallstrahlen, die in zwei oder drei Dimensionen verlaufen, angewendet. Wegen der geringen Absorptionsverluste wählt man vollkommen isotrope Körper (Spezialgläser) oder

Einkristalle und verwendet neuerdings gern transversale Schallwellen, da diese keine adiabatische Erwärmung im Körper hervorrufen, daher besonders schwach gedämpft sind und sich überdies nur mit etwa der halben Geschwindigkeit fortpflanzen. Sie lassen sich durch geeigneten Schnitt des schallerzeugenden Piezoquarzes („y-Schnitt“) herstellen<sup>1</sup>. Um die Impulsform zu erhalten, müssen unbeabsichtigte Reflexionen vermieden, die Schallstrahlen also scharf gebündelt werden, was durch geeignetes Anpressen des Quarzes bewirkt wird.

Bei der Untersuchung der Materialeigenschaften wird der aussendende Quarz zweckmäßig vom empfangenden getrennt, oder gar der letztere durch einen spannungsoptischen Nachweis ersetzt [7] (vgl. Abb. 5). Dies ist zwar komplizierter und an durchsichtige Medien gebunden, hat aber auch wesentliche Vorteile:

<sup>1</sup> Durch andersartige Orientierung der Quarzschnittfläche können — außer den normalen Longitudinalwellen — auch reine Oberflächenwellen, sog. RAYLEIGH-Wellen erzeugt werden [8].



1. Longitudinale und transversale Wellen können verschieden werden (durch die Orientierung von Analysator und Polarisator gegen die Richtung der Wellen).

2. Der Verlauf der Schallwelle kann im Inneren Körpers und, da ihr keine Energie entzogen wird, beliebig vielen Stellen gleichzeitig unterzogen werden.

3. Aus dem gleichen Grunde können verschiedene Verzögerungszeiten gleichzeitig erzeugt und durch Verschieben der optischen Aufnahmeorgane beliebig variiert werden.

Das wesentliche Ergebnis der Absorptionsmessungen in polykristallinen festen Körpern ist, daß der bei tiefen Frequenzen bekannte frequenzproportionale Anstieg von  $\alpha$  bei hohen Frequenzen, wenn die Wellenlänge sich dem mittleren Korndurchmesser nähert, weit übersteigt wird von einem viel stärker anwachsenden Anteil, der anscheinend der RAYLEIGH'schen Streuung entspricht. In Einkristallen ist die Absorption außerordentlich gering.

Trotz der Handlichkeit der Verzögerungsgeräte aus festen Materialien werden wegen wesentlich kleineren Schallgeschwindigkeiten (1000—1500 m/sec) für manche Zwecke Flüssigkeitssäulen bevorzugt, insbesondere Quecksilber wegen seiner relativ geringen Schallabsorption. Impulse von nur 0,3  $\mu$ sec lassen sich, ohne wesentlich verformt zu werden, um Zeiten bis zu 3 msec verzögern [9] und [10]. Durch immer wiederholtes Durchlaufen der gleichen Hg-Strecke und dazwischen genommene Verstärkung lassen sich lange Impulse beliebig lange „aufbewahren“, was bei elektronischen Rechenmaschinen große Bedeutung gewonnen hat.

### Flüssigkeiten.

Besonders fruchtbar hat sich die Impulsmethodik der Messung der Schallgeschwindigkeit und -absorption der Flüssigkeiten erwiesen. Zweckmäßig ist hier der Schallimpuls von einem Reflektor zurückgeworfen, dessen Abstand vom Strahler unter steter Einhaltung der Parallelität zwischen Strahler und Reflektorebene verändert wird. Eine solche Vorrichtung [11] ist in Abb. 6 skizziert.

Zur Geschwindigkeitsmessung wird nicht die Zeit gemessen, die von der Aussendung des Impulses bis zu seinem Wiedereintreffen verstreicht, sondern die Zeit, um die diese Zeitspanne sich verlängert, wenn der Abstand Sender — Reflektor um eine bestimmte, genau gemessene Strecke vergrößert wird. Dazu wird der Kathodenstrahl des Oszillographen in genau bestimmten Zeitintervallen ( $\Delta t$ )<sup>1</sup>, die einer Quarzuhr entnommen werden, dunkelgeschaltet, so daß der durch die Zeitablenkung bewirkte Strich von äquivalenten, offenbar sehr eng und scharf begrenzten Unterbrechungen durchsetzt ist. Nun wird der Reflektor so eingestellt, daß die Unterbrechung genau an einer markanten Stelle der Echozacke erscheint, dann um  $\Delta x$  verschoben, bis diese in gleicher Weise mit der nächsten Unterbrechung koinzidiert.  $2\Delta x/\Delta t$  gibt die Schallgeschwindigkeit an. Dabei kann das Oszillographenbild elektrisch beliebig auseinander-

<sup>1</sup>  $\Delta t = 12,192 \mu$ sec, entsprechend einer Radar-Ortungsentfernung von 2000 Yards.

gezogen und also die Einstellgenauigkeit beliebig gesteigert werden, da jeweils nur die eine Echozacke und die zugehörige Unterbrechung auf dem Schirm zu erscheinen braucht. Die Genauigkeit der Geschwindigkeitsmessung ist mindestens ebenso groß wie die mit Interferometer oder mit Lichtbeugung

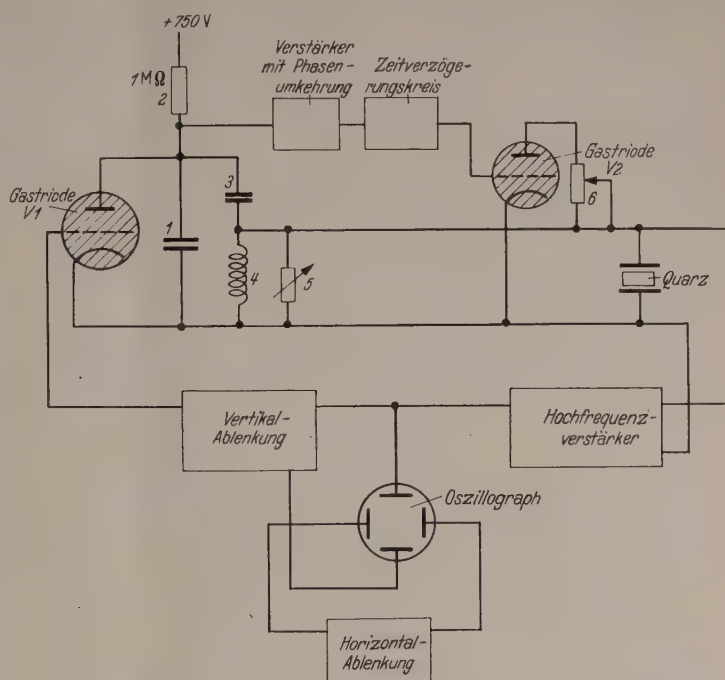


Abb. 4. Schaltschema des Impulsgebers und -empfängers des Reflektoskops.

erreichte<sup>2</sup>. Innerhalb dieser Genauigkeit von rund  $10^{-6}$  hat sich in keiner Flüssigkeit Dispersion feststellen lassen. Auch eine Verformung des Impulses, die sich in dispergierenden Medien einstellen sollte, ist nirgends beobachtet worden.

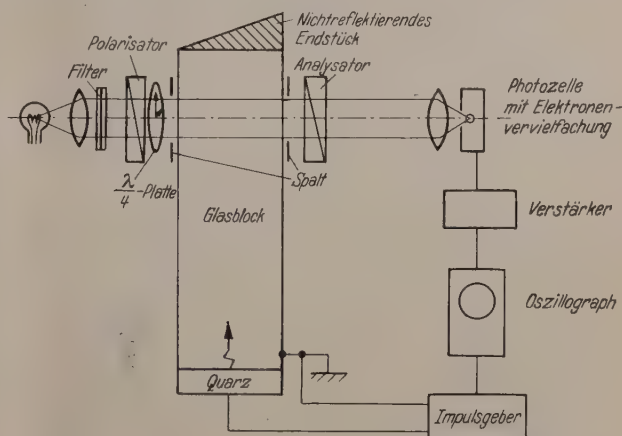


Abb. 5. Spannungsoptischer Nachweis von Ultraschallimpulsen.

Zur Absorptionsmessung wird einfach der Reflektorabstand um eine bestimmte Strecke  $\Delta x$  verkleinert und die eintretende Vergrößerung der Echozacke durch Einschalten eines variablen elektrischen Dämpfungsgliedes rückgängig gemacht. Der Betrag der Dämpfung gibt die auf der Strecke  $2\Delta x$  eingetretene Absorption an. Das Verfahren ist allen anderen an Genauigkeit zweifellos überlegen.

<sup>2</sup> Einfacher, aber weniger genau läßt sich die Schallgeschwindigkeit aus denjenigen Impulsfrequenzen ermitteln, bei denen die Zacken des  $n$ -ten bzw.  $(n+1)$ -ten Echos gerade auf die gleiche Stelle fallen.



Auf diese Weise sind Absorptionsmessungen bei 15 MHz an einer großen Anzahl von Flüssigkeiten durchgeführt [11]. Die Frequenzabhängigkeit wurde

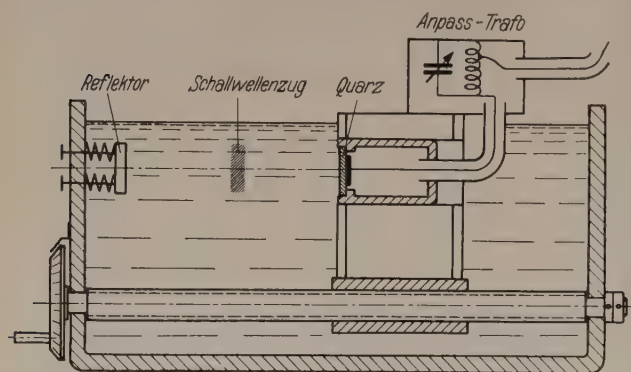


Abb. 6. Anordnung zur Messung der Schallabsorption und -geschwindigkeit in Flüssigkeiten.

an einigen weiteren Flüssigkeiten gemessen [12], [13], [14] und dabei erneut zweierlei festgestellt:

1. Der Absorptionskoeffizient wächst mit  $f^2$  an, wie es die klassische Theorie voraussagt.

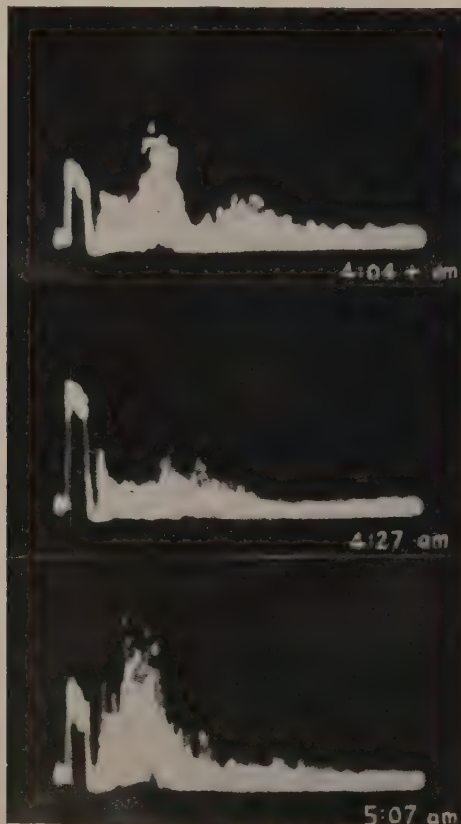


Abb. 7. Nachweis von Inversionsschichten in der Troposphäre mittels „Sodar“.

2. Der Proportionalitätsfaktor ist um ein Vielfaches größer als er sich aus der klassischen Theorie, d. h. aus Viskosität und Wärmeleitung ergibt<sup>1</sup>.

Der starke Anstieg der Absorption mit der Frequenz bewirkt, daß die Flüssigkeiten noch bei durchaus erreichbaren Frequenzen praktisch schallundurchlässig werden. So fällt die Intensität in Benzol bei 165 MHz um 2100 db/cm ab. Die verwandte Apparatur [13] soll aber noch bis 20000 db/cm messen können. Das erfordert allerdings Laufstrecken von

<sup>1</sup> Betreffs der Deutung dieser Ergebnisse vgl. [15].

weniger als 1/100 mm. Hierbei tritt die Schwierigkeit auf, daß infolge der kurzen Laufzeiten die Echozacke sich nicht mehr von dem Primärimpuls trennen läßt. Dies wird durch ein mechanisches Verzögerungsglied umgangen: Als Reflektor dient ein Einkristall (Quarz) mit zwei genau parallelen Endflächen, so daß außer dem direkten auch das an der Hinterfläche reflektierte Echo auftritt, das — unabhängig von der Reflektorstellung — immer um ein ganz bestimmtes Zeitintervall verspätet eintrifft. Die zusätzliche Dämpfung ist wegen der geringen Absorption der Einkristalle unerheblich.

Auch in Flüssigkeiten mit sehr tiefem Siedepunkt (He, Ar, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>) ist die Schallabsorption mit der Impulsmethode gemessen worden [16]; besonders ausführlich in flüssigem He, das sich — der einzige bisher bekannte Fall — oberhalb 2,5° K völlig klassisch verhält ( $\lambda$ -Punkt = 2,13° K).

### Erforschung der Troposphäre.

Der Anwendung des Radarverfahrens auf die Schallausbreitung in Gasen steht im Wege, daß man für Aussendung und Empfang von hochfrequenten Schallwellen im wesentlichen auf Piezoquarze angewiesen ist, die wegen des großen Unterschieds der Schallwiderstände in Gasen sehr schlecht abstrahlen bzw. empfangen. Energetisch günstige Strahler und Empfänger gibt es nur für niederfrequenten Schall, wobei aber wiederum die Länge der Impulse Laboratoriumsuntersuchungen ausschließt. Daher ist versucht worden, mit einem dem Radarverfahren verwandten Verfahren, genannt „Sodar“, die Struktur der freien Atmosphäre zu erforschen [17]. Es unterscheidet sich im Prinzip von jenem nur durch die etwa 1000mal kleinere Frequenz: Alle 1,5 sec wird ein 70-msec-Impuls der Frequenzen 1, 2 oder 4 kHz mittels eines Lautsprechers in die Troposphäre gesandt und das Echo mit einem Mikrophon von ausgesprochener Richtcharakteristik neben dem Lautsprecher empfangen. Die Verwendung wesentlich höherer Frequenzen verbietet sich für atmosphärische Untersuchungen wegen des unvermeidlichen Störpegels und der stark anwachsenden Absorption; bei 100 kHz beträgt sie bereits 150 db/100 m. Der Oszillograph unterscheidet sich von den vorerwähnten nur dadurch, daß die Zeitachse viel langsamer durchlaufen wird. Bei der 1,5-sec-Impulsfolge können nur Echos, die aus höchstens 250 m Höhe kommen, registriert werden. In der Tat heben sich solche aus dem — trotz scharfer Filterung — erheblichen Störpegel heraus, und zwar besonders deutlich bei starken Temperaturinversionen (Abb. 7). Das Verfahren könnte für rasche und häufige Untersuchungen der Feinstruktur der unteren Troposphäre und kurzzeitiger Veränderungen derselben nützlich werden.

- Literatur.** [1] N. N.: Phys. Bl. 3, 144, 336 (1947). — [2] KNESER, H. O.: Arch. elektr. Übertrg. 2, 167 (1948). — [3] STEWART, F. S.: Phys. Rev. 69, 632 (1946). — [4] FIRESTONE, F. A.: Metal Progr. 1945. — J. acoust. Soc. Amer. 17, 287 (1946). — [5] FIRESTONE, F. A. and I. R. FREDERICK: J. acoust. Soc. Amer. 18, 200 (1946). — [6] MASON, W. P. and H. I. MCSKIMIN: J. acoust. Soc. Amer. 19, 464 (1947). — [7] ARENBERG, D. L.: J. acoust. Soc. Amer. 20, 1 (1948). — [8] EMSLIE, A. G., H. B. HUNTINGTON, H. SHAPIRO and A. E. BENFIELD: J. Franklin Inst. 245, 1, 101 (1948). — [9] SHARPLESS, T. K.: Electronics 20, 134 (1947). — [10] GERDIEN, H. u. W. SCHAAFS: Frequenz 2, 49 (1948).



PELLAM, I. R. u. I. K. GALT: J. chem. Physics 14, 608 (1946). — [12] TEETER, C. E.: J. acoust. Soc. Amer. 18, 488 (1946). — [13] RAPUANO, R.: Phys. Rev. 72, 78 (1947). — PINKERTON, J. M.: Nature, Lond. 160, 128 (1947). — KNESER, H. O.: Ergebn. exakt. Naturw. 22 (1948). —

[16] PELLAM, I. R. u. C. F. SQUIRE: Phys. Rev. 72, 1245 (1947). — [17] GILMAN, G. W., H. B. COXHEAD and F. H. WILLIS: J. acoust. Soc. Amer. 18, 274 (1946).

Prof. Dr. H. O. KNESER,  
(20b) Weende über Göttingen, Schlagenweg 3.

## Über den Spin und die Struktur des Elektrons\*.

Von F. BOFF, München.

(Eingegangen am 28. Dezember 1948.)

Mit diesem Thema werden zwei zunächst gegenteilige Probleme aus der Theorie des Elektrons gegriffen. Der Elektronenspin ist eine experimentell wohldefinierte Eigenschaft des Elektrons, die in einem Eigendrehimpuls und in einem magnetischen Moment des Teilchens äußert. Die ersten Kenntnisse über den Elektronenspin vermittelte uns das Studium der Komplexstruktur der Spektraltermen und des ZEEMAN-Effekts, der Aufspaltung der Spektrallinien von Atomen im Magnetfeld. Ziemlich unmittelbar versieht uns der STERN-GERLACH-Versuch die Ablenkung von Atomstrahlen im inhomogenen Magnetfeld und der EINSTEIN-DE-HAAS-Effekt mit den Spindaten des Elektrons. Das magnetische Moment beträgt gerade ein BOHRsches Magneton:  $\mu = e\hbar/2m_0c$ , und der Spindrehimpuls ist  $\hbar/2$  ( $\hbar = h/2\pi$ ). Neuere radiospektroskopische Untersuchungen von Atomen mit cm-Wellen haben einen Wert für das magnetische Moment noch um  $1/8\%$  erhöht. Nach Messung von KUSCH und FOLEY [1]  $\mu = 1,00116$  BM. Theoretische Überlegungen von SCHWINGER [2] und später von LUTTINGER [3] liefern für (mit der Feinstrukturkonstanten  $\alpha$ ):

$$\mu = \frac{e\hbar}{2m_0c} \left(1 + \frac{\alpha}{2\pi}\right) = \frac{e\hbar}{2m_0c} + \frac{e^3}{4\pi m_0c^2}.$$

Sonders bemerkenswert erscheint, daß das zusätzliche Moment von der PLANCKschen Konstanten unabhängig ist (GORA).

Die Frage nach der Struktur des Elektrons ist entgegenüber reichlich spekulativ. Soweit ich sehe, wurde sie bisher zweimal ernsthaft angegriffen, jedesmal anscheinend mit dem nur bescheidenen Erfolg, daß kaum mehr als ein vages Bild übriggeblieben ist, das man nicht zu wörtlich nehmen darf und das sich fast nur in den Fachausdrücken „klassischer Elektronenradius“ und „Elektronenspin“ wiederlegt. Der erste weist auf folgenden Umstand hin, wenn man das ein Elektron umgebende COULOMBFeld bis ins Zentrum des Teilchens extrapoliert, so wird die Energie des elektrischen Feldes unendlich groß und damit auch nach dem Satz von der Trägheit die Energie seine Masse. Da diese in Wirklichkeit endlich ist und einen genau bekannten Wert hat, darf man das COULOMBSche Feld nicht bis ins Elektron hinein fortsetzen, wie immer man im einzelnen die Umgebung des Elektrons auch beschreiben mag. Die äußerste Grenze für die Gültigkeit des COULOMBSatzes ist dadurch bestimmt, daß die gesamte Feldenergie die Ruheenergie des Elektrons nicht übersteigen darf. Als Gültigkeitsgrenze für das COULOMB-Feld erhält man so einen Wert von der Größenordnung

$$r_0 = \frac{e^2}{2m_0c^2} = 1,40 \cdot 10^{-13} \text{ cm.}$$

\* Vortrag vor der Physikalischen Gesellschaft in Bayern, München, am 22. Oktober 1948.

Diesen meint man mit dem Ausdruck „klassischer Elektronenradius“. Der Schluß ist jedoch nur bindend, wenn man keine negativen Energiebeiträge zuläßt. Die letzte Voraussetzung ist aus noch zu erörternden Gründen gelegentlich in Frage gestellt worden.

Der Name „Spin“ soll auf eine andere Struktureigenschaft des Elektrons hinweisen, die zuerst von GOUDSMIT und UHLENBECK diskutiert worden ist, und nach der Drehimpuls und magnetisches Moment von der inneren Rotation, einem Drall oder Spin der Teilchen herrühren. So überzeugend die mathematische Behandlung des Elektronenspins in der DIRACschen Wellengleichung ist, so wenig ist es gelungen, das Modell vom „spinning electron“ quantitativ zu fassen. Die Daten von Masse, Ladung, Drehimpuls und magnetischem Moment passen nicht zusammen. Zum Beispiel führt der Drehimpuls des Spinelektrons, wenn man im rotierenden Teilchen keine Überlichtgeschwindigkeiten zulassen will, zu einem Radius, der etwa 137mal größer ist als der klassische. Wenn der größere richtig wäre, würde die COULOMBSche und die magnetische Feldenergie nur einen kleinen Beitrag zur Elektronenmasse liefern. Der klassische Elektronenradius wäre eine reine Fiktion. Für letzteren spricht jedoch die geringe Größe der Feinstrukturaufspaltung (SOMMERFELD [4]).

Darüber hinaus hat es lange Zeit kaum Erfahrungen gegeben, die die eine oder andere Auffassung rechtfertigen könnten. Zwar führt die Streuung von Licht an Elektronen zu einem Wirkungsquerschnitt, der ungefähr gleich dem Quadrat des klassischen Elektronenradius ist. Doch folgt daraus für die Größe des Elektrons nichts, solange die Wellenlänge des Lichts groß gegen die Linearausdehnung des Elektrons ist. Denn in diesem Falle ist der Wirkungsquerschnitt unabhängig von der Teilchengröße. Er ist allein durch Ladung und Masse bestimmt. Wenn der Elektronenradius die durch den Spin nahegelegte Größe hätte, müßten Abweichungen von dem gewöhnlichen Verhalten bereits bei Licht mit COMPTON-Wellenlänge, also mit einer Quantenenergie von  $137 m_0 c^2 \approx 70 \text{ MeV}$  an merklich sein. Die Erfahrungen an kosmischen Strahlen machen es wahrscheinlich, daß dem nicht so ist. Die Vorgänge der Erzeugung von Elektronenpaaren und Lichtquanten, die für die Ausbildung der Luftschauer fundamental sind, lassen sich recht gut unter der Annahme punktförmiger Teilchen behandeln, und zwar bis zu so hohen Quantenenergien hin, daß selbst noch der klassische Elektronenradius zu groß erscheint [5]. Deshalb ist die umgekehrte Annahme, daß die Elektronen Punktladungen seien und die überschüssige COULOMB-Energie durch negative, feldfremde Energiebeiträge kompensiert wird, von DIRAC erwogen worden [6]. Die spezielle Form seiner Theorie von 1938



ist heute überholt. Der geschilderte Grundgedanke wird sich vielleicht bestätigen: Es ist zu hoffen, daß man mit dem 300-MeV-Betatron wenigstens zwischen der Annahme der COMPTON-Wellenlänge und der des klassischen Elektronenradius entscheiden kann.

Diese Bemerkungen zeigen, daß die Spekulationen über die Struktur des Elektrons bisher wenig fruchtbar gewesen sind. Es ist darum verständlich, daß man sich von ihnen abgewandt und mit einer formalen Beschreibung der Phänomene begnügt hat. Das Ergebnis dieser Selbstbeschränkung bei der Behandlung des Elektronenspins zeigt uns in höchst vollendeter Weise die DIRACsche Wellengleichung. DIRAC verzichtet ausdrücklich auf eine modellmäßige Begründung und führt damit zu einer Auffassung zurück, die PAULI — das ist historisch recht interessant — bereits in seinem Handbuchartikel aus dem Jahre 1926 kurz vor den Arbeiten von GOUDSMIT und UHLENBECK eingenommen hat, damals weil sich einerseits die Vorstellung nicht bewährt hat, daß der Spin eine Eigenschaft des Atomrumpfes sei, und andererseits, weil die formale Beherrschung so weit fortgeschritten war, wie dies vor HEISENBERGS und SCHRÖDINGERS Arbeiten überhaupt möglich gewesen war.

Es gibt noch ein erkenntnistheoretisches Argument, das diese Selbstbeschränkung nicht nur historisch rechtfertigen könnte. Dieses stellt sich immer ein, wenn man in der Physik bei den letzten Einheiten angekommen zu sein glaubt. Wenn die Elementarteilchen wirklich elementare Gebilde sind, so wie man es früher von den Atomen angenommen hat, dann hat es keinen Sinn von deren Teile zu sprechen oder von ihrer Struktur. Wenn es nur *ein* Elementarteilchen gäbe oder wenn mehrere Elementarteilchen LEIBNIZschen Monaden gleich fensterlos nebeneinander lebten, wäre das erkenntnistheoretische Argument berechtigt. Wenn es aber so ist, wie wir es in einigen Fällen bereits experimentell kennen, daß zwar die Elementarteilchen nicht weiter zerlegbar, aber ineinander umwandelbar sind, dann bietet sich von hier aus eine Möglichkeit, in einer experimentell verifizierbaren Weise von der Struktur der Elementarteilchen zu reden. Die Struktur ist also in diesem Falle Ausdruck der Mannigfaltigkeit der Elementarteilchen und ihrer wechselseitigen Beziehungen. Über die Art der Strukturaussagen ist damit nichts gesagt. Insbesondere muß man sie sich nicht notwendig räumlich vorstellen.

Mit dieser Feststellung sind wir etwas vorausgeeilt. Sicher liefert die GOUDSMIT-UHLENBECKsche Vorstellung eines rotierenden Elektrons kein quantitativ brauchbares Modell des Spins. Dagegen stecken in der DIRACschen Wellengleichung Aussagen, die für den Elektronenspin mehr zu bedeuten scheinen als eine bloß formale Feststellung. Darauf hat SCHRÖDINGER [7] zuerst hingewiesen. Bekanntlich gibt es in der DIRACschen Wellengleichung neben den Impulsoperatoren noch besondere Operatoren für die Geschwindigkeit, die durch die DIRACschen Matrizen gegeben sind. Impuls und Geschwindigkeit sind also nicht mehr proportional. Daraus folgt, daß der im kräftefreien Fall konstante Impuls nicht mit einer konstanten Geschwindigkeit verkoppelt zu sein braucht und es, wie SCHRÖDINGER gezeigt hat, im allgemeinen auch nicht ist. Ein konstanter Impuls  $p = 0$  für ein — wir wollen einmal sagen —

„makrophysikalisch ruhendes“ Teilchen, ist mit einer veränderlichen „Mikrogeschwindigkeit“ nur dann verträglich, wenn das Teilchen eine Art Zitterbewegung um einen durch den Makroimpuls gegebenen mittleren Ort ausführt. Die Amplitude der Zitterbewegung ist nach SCHRÖDINGER von der Größe der COMPTON-Wellenlänge.

Ende der 30er Jahre hat HÖNL [8] dieses Ergebnis aufgegriffen und dazu benutzt, dem GOUDSMIT-UHLENBECKschen Modell des rotierenden Elektrons ein anderes, und wie es scheint, quantitativ brauchbareres gegenüberzustellen. Ähnlich, wie DIRAC 1938, aber unabhängig von ihm nimmt HÖNL an, daß das Elektron ein Gebilde sei, in dem positive und negative Massen spielen, freilich mit dem Unterschied, daß sie nicht kugelsymmetrisch angeordnet sind wie bei DIRAC, sondern, daß sie sich als Masse und Massendipol überlagern. Über die Natur des hypothetisch angenommenen Massendipols macht HÖNL keine Aussage. Da der Schwerpunkt eines solchen Pol-Dipol-Teilchens außerhalb des Teilchenortes liegt, führt es bei Gültigkeit des Schwerpunktsatzes um den virtuellen Schwerpunkt die erwartete Zitterbewegung aus. Mit PAPAPETROU [9] zusammen gelingt es HÖNL 1939 die klassischen Bewegungsgleichungen für ein solches Pol-Dipol-Teilchen ziemlich vollständig zu formulieren und die weitgehende Analogie zur DIRAC-Gleichung aufzuzeigen. Dieser Vergleich bleibt jedoch zunächst im Qualitativen stecken. Nur ist von vorneherein gewiß, daß die fundamentalen Schwierigkeiten des GOUDSMIT-UHLENBECKschen Modells wegfallen. Der Spindrehimpuls ist durch den Radius der Zitterbewegung bestimmt, die Masse etwa durch den klassischen Elektronenradius.

Das HÖNL-PAPAPETROUSche Modell erscheint in der ursprünglichen Form noch unbefriedigend. Zwei Fragen drängen sich vor allem auf. 1. Was bedeutet der die Zitterbewegung beschreibende Massendipol physikalisch? 2. Kann man den Vergleich mit der DIRACschen Wellengleichung quantitativ durchführen? Kann man die DIRACsche Wellengleichung genau so aus der HÖNLSchen Bewegungsgleichung ableiten wie die SCHRÖDINGERSche Wellengleichung aus der NEWTONschen Mechanik? Beide Fragen sind zu bejahen. Die Grundlage der Antwort liefert die Feldtheorie des Elektrons.

Die Beschleunigung elektrischer Ladungen ist mit Trägheitskräften verbunden, die nach der LENZschen Regel eine Folge von selbstinduktiven Rückwirkungen sind. In erster Näherung erhält man, wie schon H. A. LORENTZ gezeigt hat, die gewöhnlichen NEWTONschen Bewegungsgleichungen mit einer Ruhemasse, die sich aus der Energie des Feldes der ruhenden Ladung berechnet. Aus den MAXWELLSchen Gleichungen erhält man für die Punktladung, wie wir schon anfangs gesehen haben, einen unendlichen Wert. Erst spezielle Annahmen, über die Ladungsverteilung oder die Kräfte in Teilchennähe führen zu einer endlichen Masse. Dabei ist die Art der Abänderung keineswegs eindeutig durch die Forderung der Endlichkeit bestimmt. Es ergibt sich daher die Frage, ob man zu genaueren Aussagen kommen kann, wenn man noch weitere experimentell bekannte Eigenschaften des Elektrons und der Elementarteilchen heranzieht. Um die Antwort nicht schon durch die Voraussetzungen vorwegzunehmen, ist es



ckmäßig, die Folgen möglicher Abänderungen zu untersuchen, ohne die Struktur von vorneherein in irgendeiner Weise festzulegen. Das ist durchgeführt für alle Modifikationen der Feldgleichungen, die deren wesentlichen Charakter nicht berühren. Die Masse des Teilchens ist in diesem Fall eine Funktion der speziellen Feldmodifikationen und liefert ein Bestimmungsstück für diese.

Soweit die LORENTZsche Näherung. Sie ergibt sich bei völliger Vernachlässigung der Retardierung der Umgebung des Teilchens. Bei Entwicklung nach dem Retardierungsparameter erhält man in erster Näherung die ebenfalls seit langem bekannte Strahlungskraft, die quantentheoretisch gesprochen der Rückstoß der emittierten Lichtquanten beschreibt. In diesen dissipativen Anteil der Kraft brauchen wir uns im Augenblick nicht zu kümmern, weil wir bei der beabsichtigten Ableitung der DIRAC-Gleichung zunächst nur für die stationären, also strahlungsfreien Elektronenzustände zu interessieren haben. Erst wenn wir auch das zweite Retardierungsglied berücksichtigen, erhalten wir wieder einen konservativen Beitrag, der zu einer Änderung der Strahlungskraft führt. Physikalisch rührt er von solchen Anteilen der emittierten Energie her, die alsbald von dem emittierten Elektron absorbiert wird. Im HERTZschen Oszillator spricht man von den Selbstwirkungen des oszillierenden Dipolfeldes, in der Quantenmechanik von Emissions-Reabsorptionsprozessen.

Da die neu hinzukommenden Trägheitsglieder eng mit der Emission zusammenhängen, verschwinden sie für gleichförmig geradlinig bewegte Teilchen. Wir erhalten also Modifikationen der Trägheitskraft und der Masse, die von der Beschleunigung und den höheren Zeitableitungen der Geschwindigkeit abhängen. Hier wollen wir nur den Einfluß der Beschleunigung betrachten. Da die Kräfte konservativ sind — die rein dissipative Strahlungskraft lassen wir ja außer Betracht — kann man die Bewegungsgleichungen aus einer LAGRANGE-Funktion ableiten. Wir werden hier nicht weiter ausgehen, weil sie die allein mögliche Abänderung der gewöhnlichen Bewegungsgleichungen ohne komplizierte Rechnungen erkennen läßt. Da es nur eine Abänderung von der Beschleunigung abhängige LORENTZ-variante

$$Q = \frac{l^2}{c^4 \sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \dot{v}^2 + \left( \frac{v \ddot{v}}{c \sqrt{1-\beta^2}} \right)^2 \right\}$$

lautet die LAGRANGE-Funktion für ein Elektron mit der Ladung  $-e$  in einem durch das Viererpotential  $\varphi, \mathfrak{A}$  gegebenen äußeren Feld [11]

$$L = -m_0 c^2 F(Q) \sqrt{1-\beta^2} + e\varphi - \frac{e}{c} (v \mathfrak{A}).$$

Darin ist der konstante Faktor im kinetischen Potential durch eine noch unbestimmte Funktion  $F$  der LORENTZ-Invarianten  $Q$  ersetzt, die von dem speziellen Charakter der Feldgleichungen abhängt. In der Spiegelung spiegelt sich also die Struktur des Elektrons. (Der Längenfaktor  $l$  in der Invarianten macht  $Q$  dimensionslos. Er ist willkürlich wählbar.) Für kleine  $Q$  erhält man die gewöhnliche LAGRANGE-Funktion, wenn  $F(0) = 1$  ist. Zur Formulierung der Quantenmechanik braucht man die HAMILTON-Funktion. Da die resultierenden Bewegungsgleichungen vierte Zeit-

ableitungen enthalten, muß man zur vollständigen Bestimmung der Lösung 4 Anfangsbedingungen vorgeben. Man hat also 4 Freiheitsgrade je Teilchenkoordinate. In der kanonischen Darstellung äußert sich das so, daß man den Ort  $r$  und die Geschwindigkeit  $v$  als unabhängige, den Impuls  $p$  und einen zweiten Vektor  $\mathfrak{s}$  als dazu kanonisch konjugierte Größen anzuzeigen hat. Mit diesen lautet die HAMILTON-Funktion

$$H = -e\varphi + \left( v, p + \frac{e}{c} \mathfrak{A} \right) + M_0(g_0) c^2 \sqrt{1-\beta^2}.$$

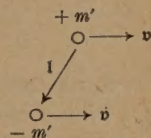
Darin ist  $M_0$  eine unbestimmte Funktion, die sich aus  $F$  berechnet, und  $g_0$  ist der lorentzinvariante Ausdruck

$$g_0 = \sqrt{\mathfrak{s}^2 - \frac{1}{c^2} (v \mathfrak{s})^2} \cdot \sqrt{1-\beta^2}.$$

Die aus der obigen LAGRANGE- und HAMILTON-Funktion, letztlich also aus der Feldvorstellung folgenden Bewegungsgleichungen stimmen im wesentlichen mit denen von HÖNL und PAPAPETROU überein. Der zur Geschwindigkeit kanonisch konjugierte Vektor  $\mathfrak{s}$  ist mit dem hypothetischen Massendipolmoment von HÖNL identisch. Das sieht man am besten aus dem Drehimpulssatz, der hier wie gewöhnlich gilt, wenn  $\mathfrak{A} = 0$  und  $\varphi = \varphi(r)$  kugelsymmetrisch ist. Er lautet

$$\mathfrak{M} = r \times p + v \times \mathfrak{s} = \text{const.}$$

Das erste Glied ist der gewöhnliche Bahndrehimpuls und das zweite ein zusätzliches Moment vom Charakter des Spins. Wenn  $\mathfrak{s}$  ein Massendipolmoment darstellt, ist der Ausdruck sofort verständlich. Denn so wie ein bewegter elektrischer Dipol ein magnetisches Moment hat, kommt einem bewegten Massendipol (HÖNL) ein Impulsmoment zu. Seien  $\pm m'$  die den Dipol konstituierenden Teilchenmassen,  $l$  ihr vektorieller Abstand und  $v$  die Geschwindigkeit, dann ist das Impulsmoment in bezug auf den Mittelpunkt der beiden Massen



$$+ \left( -\frac{l}{2} \times +m' v \right) + \left( +\frac{l}{2} \times -m' v \right) = v \times \mathfrak{s}$$

mit  $\mathfrak{s} = m' l$ . Das Ergebnis ist von der speziellen Wahl des Bezugspunktes unabhängig.

Welche feldtheoretische Bedeutung hat nun das Dipolmoment? Die Rolle bei HÖNL besteht offenbar darin, den Schwerpunkt des Teilchens von dem Ladungsmittelpunkt zu trennen. Dasselbe leisten die Emissions-Reabsorptionsprozesse. Besonders deutlich wird das, wenn wir uns diese quantenmäßig vorstellen. Ein Lichtquant wird emittiert und reabsorbiert. In der Zwischenzeit trägt es Energie vom Teilchen weg. Der Energiemittelpunkt verschiebt sich dabei gegen den Ladungsmittelpunkt, was man formal stets durch ein Dipolmoment beschreiben kann, ohne daß explizit negative Energien aufzutreten brauchen.

Der entscheidende Punkt, ob das HÖNLSche Pol-Dipol-Teilchen als feldmechanisches Elektronenmodell den Elektronenspin darzustellen vermag, hängt davon ab, ob man beim Übergang zur Quantenmechanik die DIRACsche Wellengleichung erhält. Das ist wirklich der Fall. Um es zu zeigen, ist der Übergang zur



vierdimensionalen Schreibweise bequem. Energie und Zeit werden dann kanonische Variablen. An die Stelle der Energie als HAMILTON-Funktion tritt eine neue kanonische Funktion  $K$ , die von der Wahl des lorentzinvarianten Parameters abhängt. Im allgemeinen nimmt man dafür die Eigenzeit. Das ist aber im vorliegenden Fall nicht zweckmäßig. Es ist höchst überraschend, daß man sozusagen die Zitterbewegung als Uhr benutzen muß, um zur DIRACSchen Wellengleichung zu kommen. Definiert man den neuen Parameter  $\tau$  durch die Gleichung

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{m_0 l}{\sqrt{\hat{s}^2 - \frac{1}{c^2} (v \hat{s})^2}},$$

so lautet die kanonische, lorentzinvariante Funktion [12]

$$K = \left( g_\mu, p_\mu + \frac{e}{c} A_\mu \right) + g_0 M(g_0) c.$$

Darin ist  $g_\mu$  ein Vierervektor und die fünf Größen  $g_\alpha$  ( $\alpha = 0 \dots 4$ ) sind spezielle Funktionen der Geschwindigkeit und des Massendipolmomentes. Es ist

$$(g_\alpha) = (g_0 \dots g_4) = \frac{1}{c} \sqrt{\hat{s}^2 - \frac{1}{c^2} (v \hat{s})^2} \times \\ \times (c \sqrt{1 - \beta^2}, v_x, v_y, v_z, ic).$$

Diese Größen genügen nun recht bemerkenswerten POISSON-Klammern. Betrachten wir  $g_\alpha$  als einen Fünfervektor, so bestimmen die POISSON-Klammern zwischen je zwei seiner Komponenten den schiefsymmetrischen Tensor im  $R_5$

$$g_{\alpha\beta} = \{g_\alpha, g_\beta\}$$

als Funktionen von  $v$  und  $\hat{s}$ . Die 15 Größen  $g_\alpha$  und  $g_{\alpha\beta}$  bilden eine in sich abgeschlossene Algebra. Die POISSON-Klammern aus je zwei beliebigen Größen sind lineare Funktionen der Größen selbst. Speziell lauten die nicht verschwindenden POISSON-Klammern

$$\{g_{\alpha\beta}, g_\beta\} = g_\alpha, \quad \{g_{\alpha\beta}, g_\beta\} = g_{\alpha\gamma}.$$

Die Variablen  $v$  und  $\hat{s}$  treten also gar nicht mehr explizit in Erscheinung.

Der Übergang zur Wellengleichung ist jetzt fast trivial und jedenfalls ohne Problematik. Wir können die Zwischenstufen der Rechnung übergehen. Das Ergebnis ist folgendes. Aus der kanonischen Funktion  $K$  ergibt sich der Wellengleichungsoperator, wenn man  $p_\mu = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x_\mu}$  und  $g_\alpha = -i \Gamma_\alpha$  setzt, wobei die  $\Gamma_\alpha$  ( $\alpha = 0 \dots 4$ ) Matrizen sind, die den POISSON-Klammern für  $g_\alpha$  nachgebildeten Vertauschungsrelationen genügen. Die Wellengleichung lautet also:

$$\left\{ \Gamma_\mu \left( \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x_\mu} + \frac{e}{c} A_\mu \right) + \Gamma_0 M_0 (-i \Gamma_0) c \right\} \psi = 0,$$

und die Vertauschungsrelationen für die  $\Gamma_\alpha$ -Matrizen haben, soweit die Matrizen nicht kommutativ sind, folgende Gestalt:

$$[\Gamma_\alpha, \Gamma_\beta] = i \Gamma_{\alpha\beta}; \quad [\Gamma_{\alpha\beta}, \Gamma_\beta] = i \Gamma_\alpha; \quad [\Gamma_{\alpha\beta}, \Gamma_{\beta\gamma}] = i \Gamma_{\alpha\gamma}.$$

Die DIRACSchen Matrizen geben, wie man sich leicht überzeugt, ein spezielles Lösungssystem, die KEMMERschen Matrizen für das Meson ein anderes.

Auch in der allgemeinen Form ist das obige Gleichungssystem schon früher von KRAMERS, BELINFANTE und LUBANSKI [10] diskutiert worden, allerdings nur für die spezielle Strukturfunktion  $M_0 = m_0/g_0$ , so daß  $\Gamma_0$  nicht mehr vorkommt. Im allgemeinen Fall kann man  $M_0$  leicht so bestimmen, daß sich für die DIRACSche Lösung die Elektronenmasse und für die KEMMERSche eine Mesonenmasse ergibt. Es entsteht also die Aufgabe, vom Massenspektrum der Elementarteilchen auf die Strukturfunktion zu schließen. Ob es möglich sein wird, alle Elementarteilchen zu erfassen, ist eine offene Frage. Da die vorliegende LAGRANGE-Funktion zwar die Feldvorstellung voraussetzt, nicht aber speziell an modifizierte MAXWELLSche Gleichungen gebunden ist, könnte sich die allgemeine Wellengleichung auch auf ungeladene Teilchen beziehen. Im einzelnen ist jedoch die Stellung des Neutrons und damit auch die des Protons noch ungeklärt. Wenn jedoch die üblichen Gleichungen für das Meson wahr sind, dann darf man Elektron und Meson sicher als verschiedene Erscheinungsformen desselben Gebildes ansehen. Der historische Name „schweres Elektron“ würde so eine neue Bedeutung erhalten.

Zusammenfassend können wir sagen, daß sich HÖNLS Pol-Dipol-Teilchen im Gegensatz zu der GOUDSMIT-UHLENBECKSchen Vorstellung quantitativ bewährt. Daß es sich aus der Feldtheorie ohne neue Hypothesen ableiten läßt, erscheint uns besonders befriedigend. Es zeigt sich erstens, daß der Elektronenspin keineswegs in höherem Grade modellfremd ist als irgendein anderes quantenmechanisches Problem, und zweitens, daß der Feldtheorie eine weitergehende Bedeutung zukommt, als man oft angenommen hat.

Ich möchte diese Betrachtung nicht abschließen, ohne das Ergebnis gegen die radiosektroskopischen Entdeckungen abzugrenzen, die Abweichungen von der DIRAC-Gleichung erkennen lassen. Da BETHES Theorie dieser Abweichungen gerade auf einer Diskussion der Emissions-Reabsorptionsprozesse beruht, die wir auch hier betrachtet haben, ist kaum daran zu zweifeln, daß sich jene Effekte in unsere Betrachtung eingliedern müssen. Wahrscheinlich gehört dazu nicht nur die verbesserte Feinstruktur des H-Atoms, sondern auch die Aufspaltung der Mesonenmassen. Wie das geschehen wird, darüber kann ich gegenwärtig nichts sagen, was sich an Sicherheit mit dem obigen vergleichen ließe.

**Literatur.** [1] KUSCH, P. and H. M. FOLEY: Phys. Rev. 74, 250 (1948). — [2] SCHWINGER, J.: Phys. Rev. 73, 416, 143 (1948). — [3] LUTTINGER, J. M.: Phys. Rev. 74, 893 (1948). — [4] SOMMERFELD, A.: Naturwiss. 27, 417 (1940). — [5] HEISENBERG, W.: Kosmische Strahlung, Art. 2. Berlin 1943. — [6] DIRAC, P. A. M.: Proc. roy. Soc., Lond., A 167, 148 (1938). — [7] SCHRÖDINGER, E.: S.ber. preuß. Akad. Wiss. Berlin 1930, 418. — [8] HÖNL, H.: Naturwiss. 26, 408 (1938). — [9] HÖNL, H. u. A. PAPAPETROU: Z. Phys. 112, 512 (1939). — [10] KRAMERS, H. A., M. J. BELINFANTE u. L. LUBANSKI: Physica, Haag 8, 597 (1941). — [11] BOPP, F.: Z. Naturforsch. 3a, 564 (1948). — [12] BAUER, F. L. u. F. BOPP: Z. Naturforsch. 4a, (1949).

Prof. Dr. F. BOPP, (13b) München, Institut f. theoretische Physik der Universität, Geschw.-Scholl-Platz.